

Cedimenti di una fondazione superficiale

Cause dei cedimenti (w) di una fondazione superficiale:

- Carichi applicati alla fondazione stessa o a fondazioni adiacenti
($\Delta\sigma \rightarrow \Delta\sigma' \rightarrow w$)
- Scavi a cielo aperto o in sotterraneo
($\Delta\sigma \rightarrow \Delta\sigma' \rightarrow w$)
- Variazioni della distribuzione di pressioni interstiziali
($\Delta u \rightarrow \Delta\sigma' \rightarrow w$)
- Variazioni del grado di saturazione o del contenuto d'acqua
($\Delta e \rightarrow w$)
- Vibrazioni ambientali o antropiche, superficiali o profonde
(def. distorsionali $\Delta\gamma_{hv} \rightarrow \Delta u$; def. di volume $\Delta\varepsilon_v \rightarrow w$)

Fasi dei metodi di calcolo tradizionali

- 1) Analisi dei carichi in esercizio
- 2) Calcolo delle tensioni litostatiche
- 3) Calcolo degli incrementi di tensione totale indotti dai carichi
(tramite la teoria dell'elasticità)
- 4) Determinazione dei legami costitutivi tensioni:deformazioni:tempo
(avvalendosi di prove di laboratorio per terreni a grana fine
e di prove in sito per terreni a grana grossa)
- 5) Calcolo e integrazione delle deformazioni, con
determinazione delle aliquote del cedimento
(w_0 istantaneo, w_c di consolidazione e w_s viscoso per grana fine
 w_0 istantaneo e w_s viscoso per grana grossa)
- 6) Valutazione del decorso nel tempo
(significativa solo per terreni a grana fine)

Strutture di fondazione

Tutte le strutture civili (edifici, ponti, muri, ecc.) sono vincolate al terreno attraverso una "struttura di fondazione", che va opportunamente dimensionata.



Il vincolo terreno, sollecitato attraverso la fondazione, non deve infatti collassare o essere troppo cedevole (cioè, produrre cedimenti incompatibili con la statica e/o la funzionalità della sovrastruttura).

La soluzione del problema richiede tipicamente la valutazione:

- della capacità portante della fondazione;
- **dei cedimenti indotti in condizioni di esercizio.**

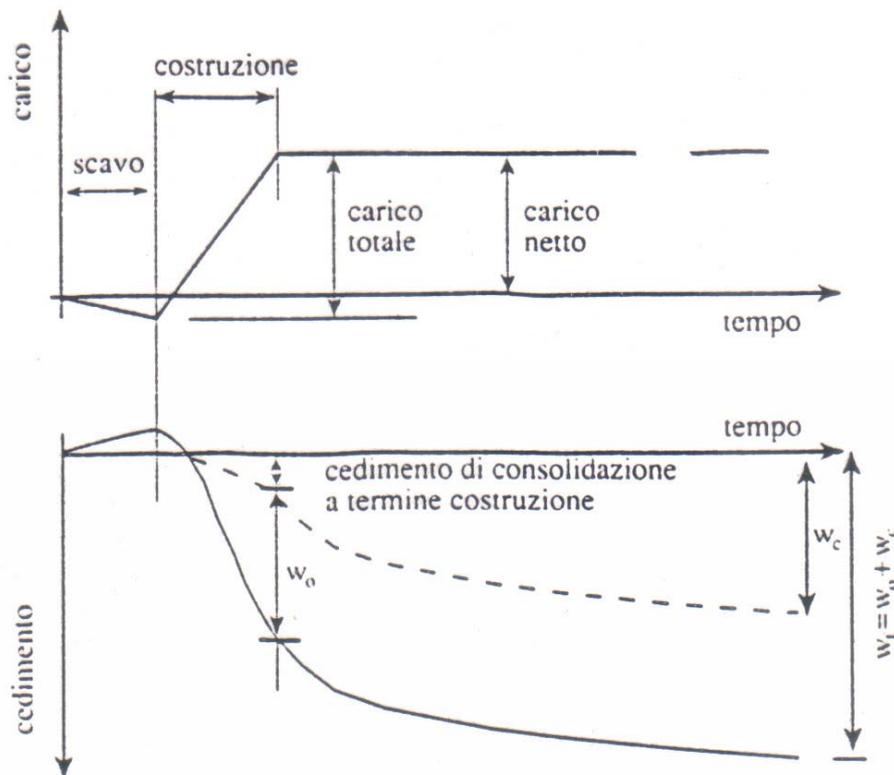
Aliquote del cedimento di una fondazione superficiale

w = cedimento totale (finale, a $t \rightarrow \infty$)

w_0 = cedimento immediato (a $t = 0$)

w_c = cedimento di consolidazione (si sviluppa nel tempo - $t > 0$ - per effetto della graduale dissipazione delle sovrappressioni interstiziali e della conseguente variazione di tensioni efficaci)

w_s = cedimento secondario (da 'creep', contemporaneo a w_c)



NB: w_s è particolarmente significativo per

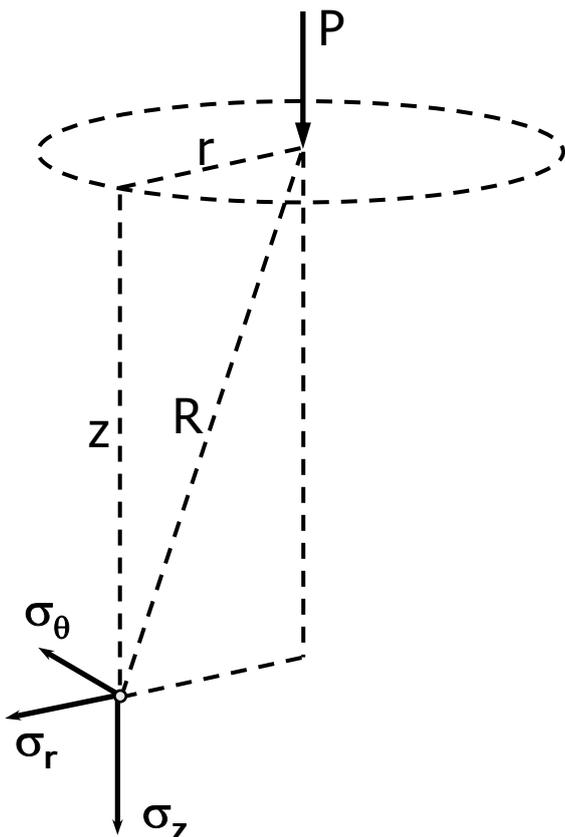
- terreni a grana fine organici
- terreni granulari con particelle fragili (per es. piroclastici, micacei)

Calcolo degli incrementi di tensione: soluzioni provenienti dalla teoria dell'elasticità

Utilizzando le condizioni di equilibrio, di congruenza e un legame costitutivo è possibile determinare **tensioni** e deformazioni indotte da sollecitazioni esterne.

Nel 1885 il matematico Boussinesq trova la soluzione analitica per un caso di particolare rilievo:

forza verticale concentrata P sulla superficie (orizzontale) di un semispazio costituito da un materiale linearmente elastico, omogeneo ed isotropo.



$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}$$

$$\sigma_r = -\frac{P}{2\pi R^2} \cdot \left[-\frac{3r^2 z}{R^3} + \frac{(1-2\nu) \cdot R}{R+z} \right]$$

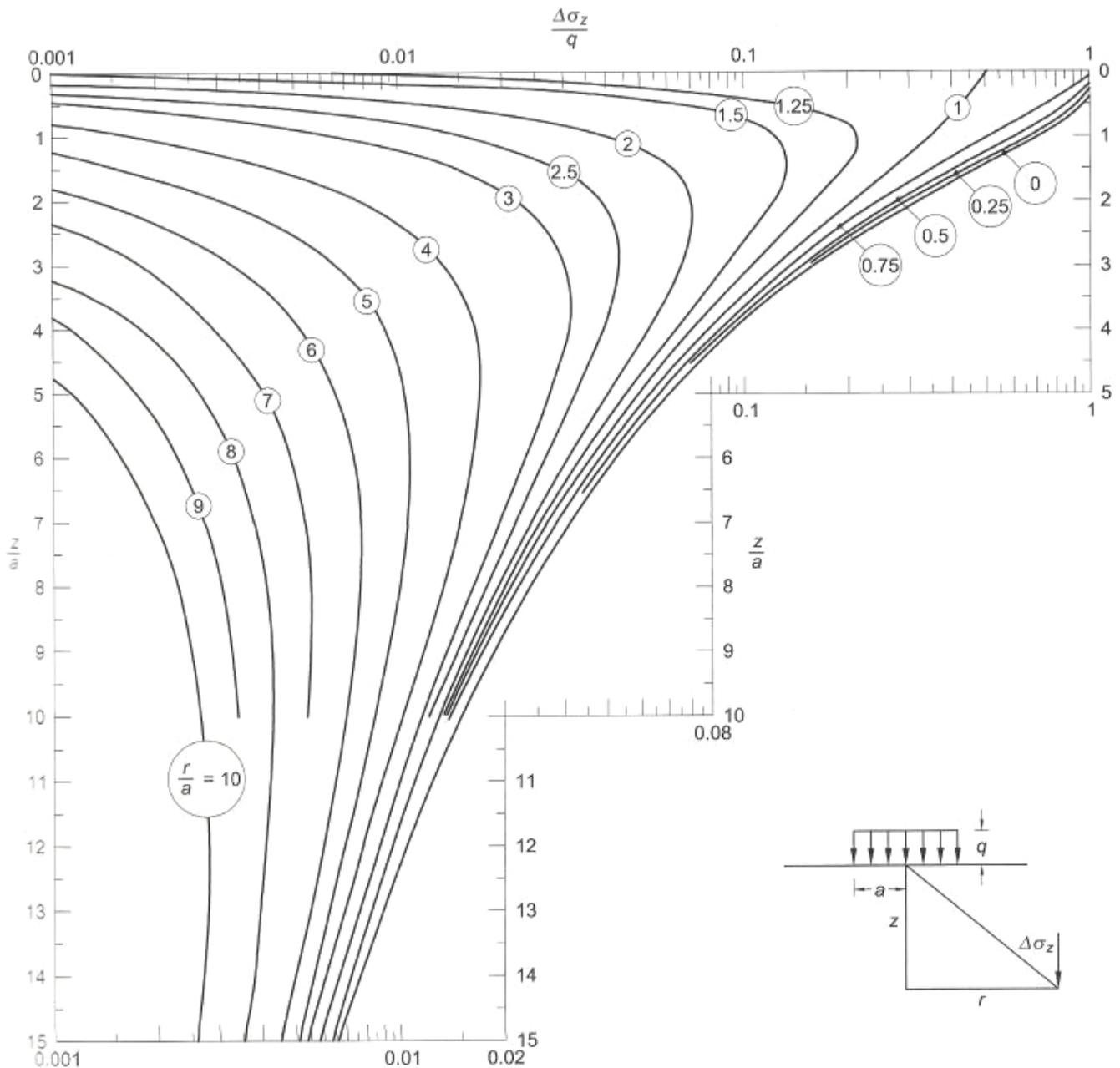
$$\sigma_\theta = -\frac{(1-2\nu) \cdot P}{2\pi R^2} \cdot \left[\frac{z}{R} - \frac{R}{R+z} \right]$$

$$\tau_{rz} = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^2 r}{R^5}$$

$$\text{con } R^2 = r^2 + z^2$$

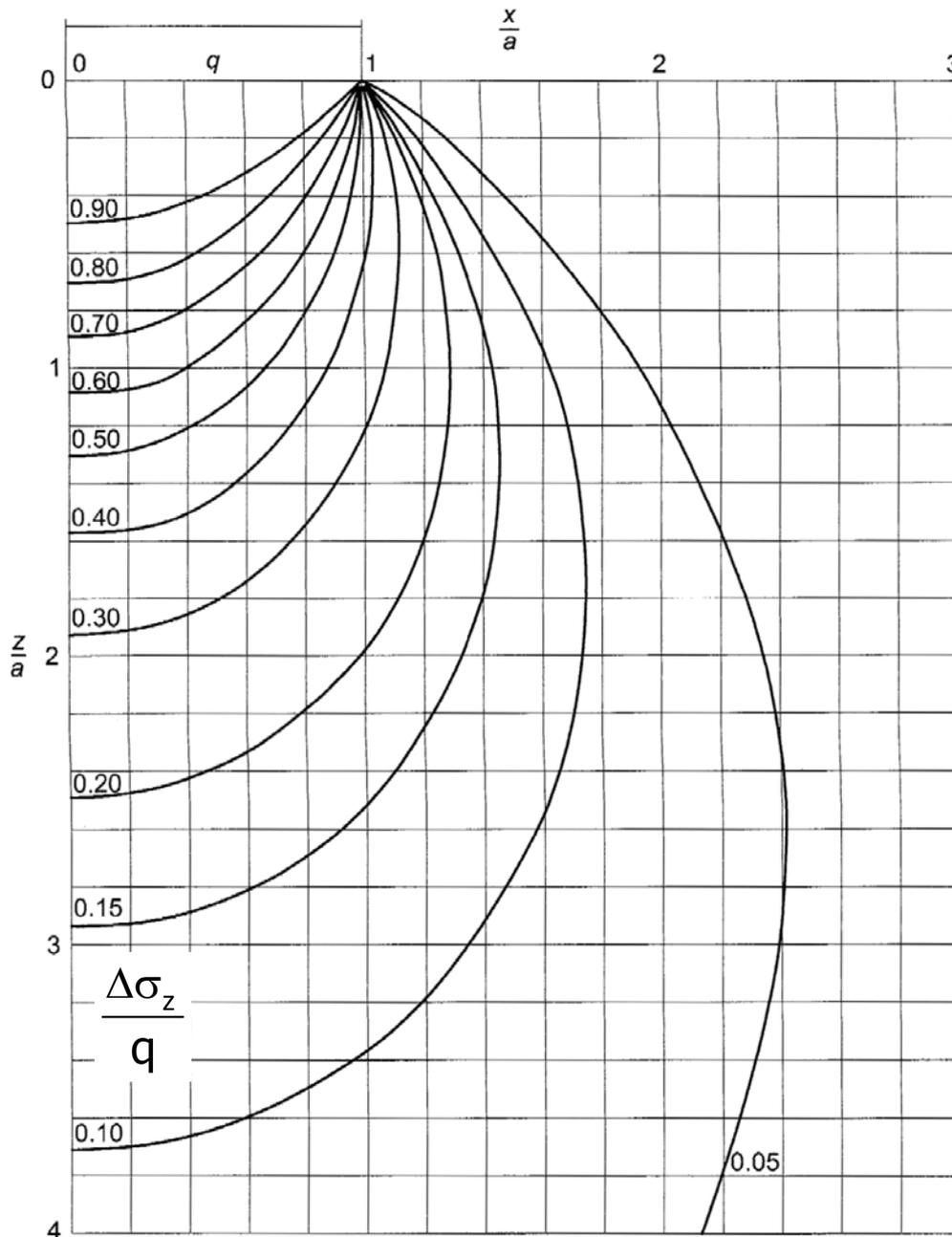
Soluzioni provenienti dalla teoria dell'elasticità

Valori di $\Delta\sigma_z/q$ per un carico uniformemente distribuito con intensità costante q su di un'area circolare di raggio a



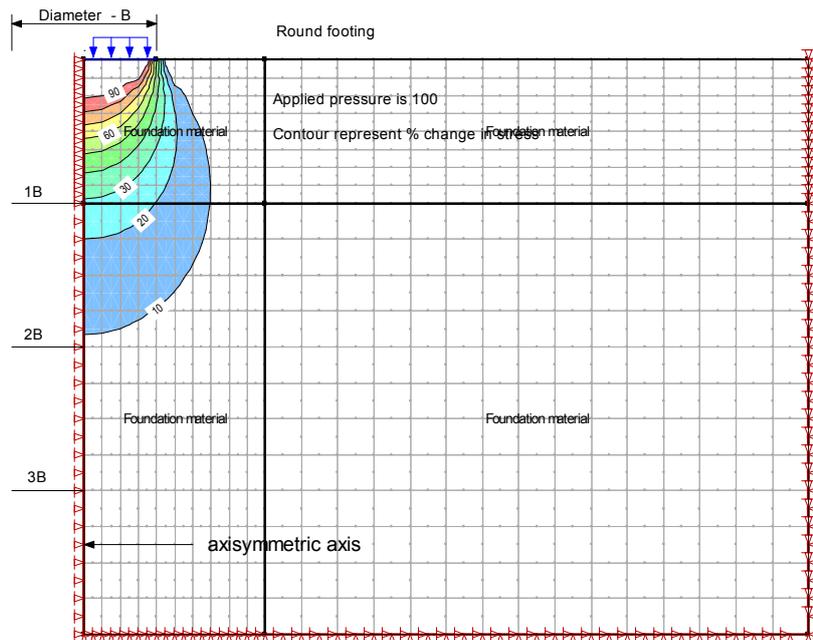
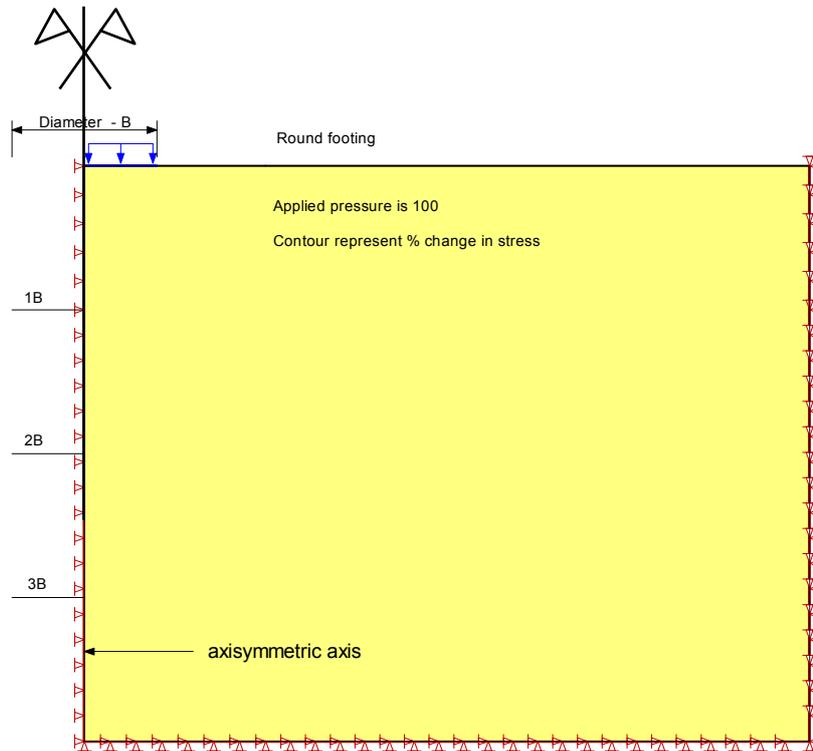
Soluzioni provenienti dalla teoria dell'elasticità

Valori di $\Delta\sigma_z/q$ per un carico uniformemente distribuito con intensità costante q su di un'area circolare di raggio a



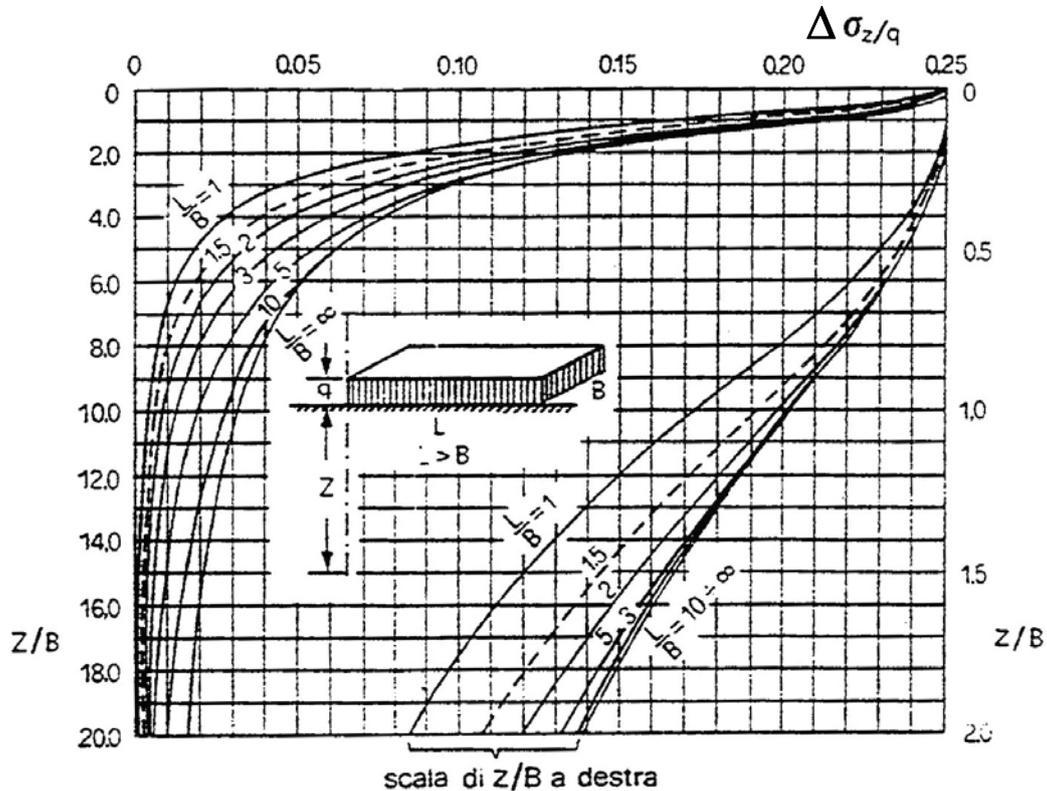
Geostudio – SIGMA/W

Valori di $\Delta\sigma_z/q$ per un carico uniformemente distribuito con intensità costante q su di un'area circolare



Soluzioni provenienti dalla teoria dell'elasticità

Valori di $\Delta\sigma_z/q$ lungo la verticale per uno spigolo di un'area rettangolare di lati B e L sotto un carico uniformemente distribuito di intensità q (Steinbrenner).



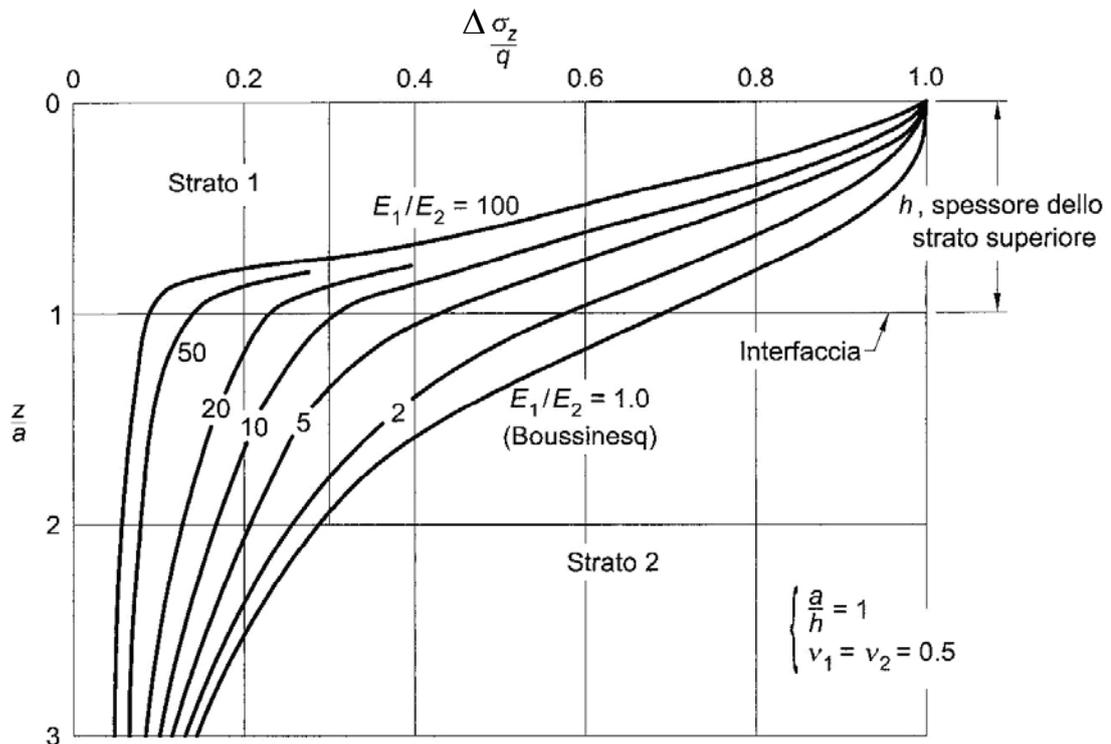
z/B	Valori di $\Delta\sigma_z/q$						
	L/B = 1.0	L/B = 1.5	L/B = 2.0	L/B = 3.0	L/B = 5	L/B = 10	L/B = ∞
0.00	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500	0.2500
0.25	0.2478	0.2482	0.2483	0.2485	0.2485	0.2485	0.2485
0.50	0.2325	0.2378	0.2391	0.2397	0.2398	0.2399	0.2399
0.75	0.2060	0.2182	0.2217	0.2234	0.2239	0.2240	0.2240
1.00	0.1752	0.1936	0.1999	0.2034	0.2044	0.2046	0.2046
1.50	0.1210	0.1451	0.1561	0.1638	0.1665	0.1670	0.1670
2.00	0.0840	0.1071	0.1202	0.1316	0.1363	0.1374	0.1374
3.00	0.0417	0.0612	0.0732	0.0860	0.0959	0.0987	0.0990
4.00	0.0270	0.0383	0.0475	0.0604	0.0712	0.0758	0.0764
6.00	0.0127	0.0185	0.0238	0.0323	0.0431	0.0496	0.0521
8.00	0.0073	0.0107	0.0140	0.0195	0.0283	0.0367	0.0394
10.00	0.0048	0.0070	0.0092	0.0129	0.0198	0.0279	0.0316
15.00	0.0021	0.0031	0.0042	0.0061	0.0097	0.0158	0.0213
20.00	0.0012	0.0018	0.0024	0.0035	0.0057	0.0099	0.0159

Limiti dell'approccio elastico

I limiti dell'approccio elastico per la determinazione degli incrementi di tensioni totali riguardano essenzialmente:

- l'utilizzo del modello di semispazio
- la scelta dei parametri di deformabilità (E e ν)

Per quanto riguarda il primo aspetto, numerose analisi hanno mostrato come l'incremento di tensione verticale $\Delta\sigma_v$ sia praticamente indipendente da fattori quali non linearità, eterogeneità ed anisotropia. Perciò, la soluzione di Boussinesq risulta in genere attendibile per stimare $\Delta\sigma_v$. Esistono comunque casi nei quali tale soluzione si discosta significativamente da quelle provenienti da modellazioni più accurate. Ad esempio, con uno strato superiore molto più rigido di quello inferiore, la riduzione di $\Delta\sigma_v$ con z è molto più pronunciata di quella prevista dalla soluzione di Boussinesq.



Limiti dell'approccio elastico

Non linearità, eterogeneità ed anisotropia hanno invece un effetto notevole sulle altre componenti di tensione (σ_h , tensioni tangenziali). Pertanto, le soluzioni ottenute dal modello elastico lineare, isotropo ed omogeneo possono rappresentare delle stime poco attendibili degli incrementi di suddette componenti. Tra l'altro questo spiega perché, storicamente, per il calcolo dei cedimenti si siano sviluppati soprattutto metodi basati sulla stima degli incrementi di tensione verticale.

L'aspetto più delicato dei metodi per il calcolo dei cedimenti rimane comunque, ai fini della fase 5 (calcolo e integrazione delle deformazioni), la scelta dei parametri di deformabilità, che per i terreni dipendono, come già visto, dallo stato e dalla storia tensionale nonché dal livello deformativo.

I metodi classici propongono vari approcci per portare in conto tali fattori e, per la valutazione delle deformazioni, differiscono da un puro approccio elastico lineare del tipo:

$$w = \int_0^H \varepsilon_z dz = \int_0^H \frac{1}{E'} \left[\Delta\sigma'_z - \nu'(\Delta\sigma'_x + \Delta\sigma'_y) \right] dz$$

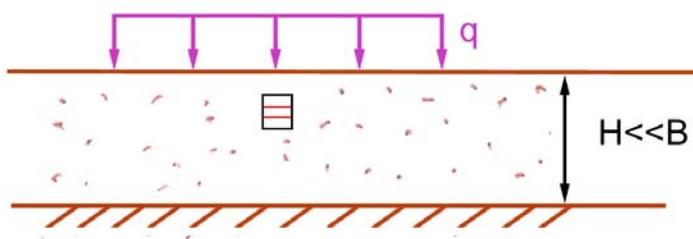
proprio per i motivi sopra elencati.

Metodo edometrico

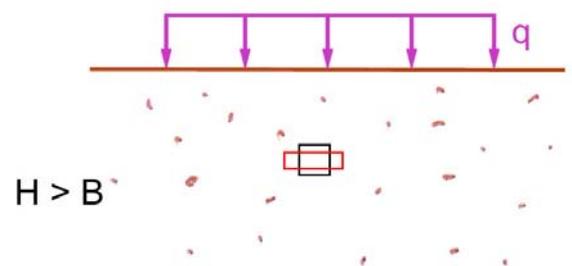
Si assume che le deformazioni avvengano solo in direzione verticale
($\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \Rightarrow \varepsilon_v \equiv \varepsilon_z$).

Abbiamo visto che ciò si verifica nello schema monodimensionale
(condizioni edometriche, $B/H \rightarrow \infty$).

Tale assunzione, chiaramente, risulta tanto più forzata quanto più B/H
è ridotto.



condizioni \cong edometriche



condizioni \neq edometriche

Di conseguenza:

1) il metodo non prevede alcun cedimento iniziale:

$$\varepsilon_{z0} \equiv \varepsilon_{v0} = 0 \Rightarrow w_0 = \int_0^H \varepsilon_{z0} dz = 0$$

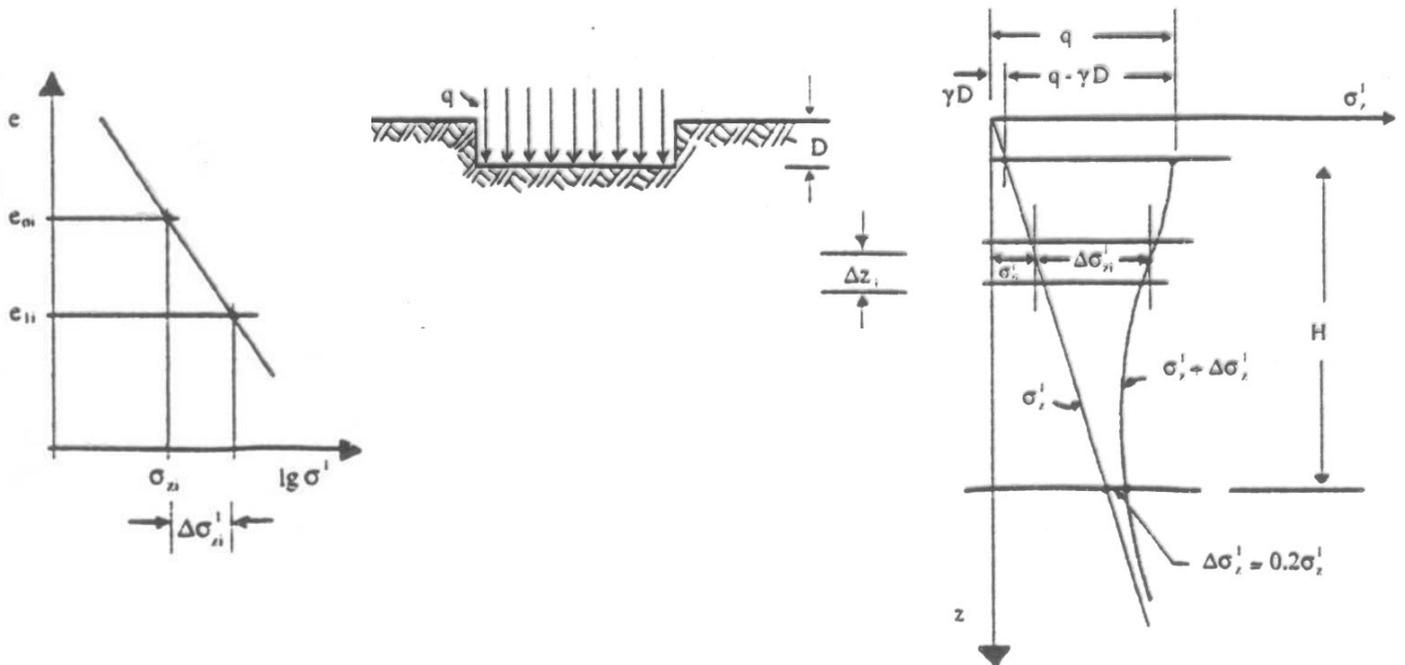
2) il metodo permette di valutare il cedimento finale:

$$w_f = w_{ed} = \int_0^H \varepsilon_z dz \cong \sum_{i=1}^n \varepsilon_{z,i} \Delta z_i = \sum_{i=1}^n \Delta w_{ed,i}$$

Metodo edometrico

1. Caratterizzare il sottosuolo con i soli parametri di compressibilità edometrica (indici o moduli)

- terreni a grana fine → prove di compressione edometrica
- terreni a grana grossa → prove penetrometriche in sito + correlazioni



2. Calcolare i soli incrementi di tensione efficace verticale $\Delta\sigma'_z$ a fine consolidazione $\Delta\sigma'_z = \Delta\sigma_z$

teoria dell'elasticità → calcolo di $\Delta\sigma_z$ indipendente dai parametri E, ν

3. Calcolare ed integrare le deformazioni verticali ε_z

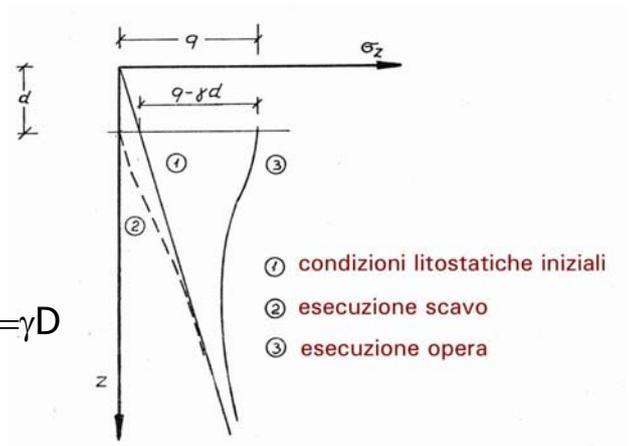
previa discretizzazione in n strati dello spessore H di sottosuolo deformabile

$$W_{ed} = \int_0^H \varepsilon_z dz \cong \sum_{i=1}^n \varepsilon_{z,i} \Delta z_i = \sum_{i=1}^n \Delta W_{ed,i}$$

$$\text{dove } \Delta W_{ed,i} = \frac{\Delta\sigma'_{z,i}}{E_{ed,i}} \cdot \Delta z_i = \frac{e_{0,i} - e_{1,i}}{1 + e_{0,i}} \cdot \Delta z_i$$

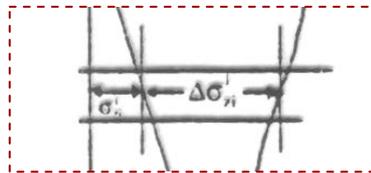
Metodo edometrico

Gli incrementi $\Delta\sigma'_z$ vanno calcolati in base al 'carico netto' ($q - \gamma D$), ipotizzando che il ciclo di scarico (scavo fino a profondità D) e successivo ricarico sul piano di posa fino a $\sigma_v = \gamma D$ non producano deformazioni.



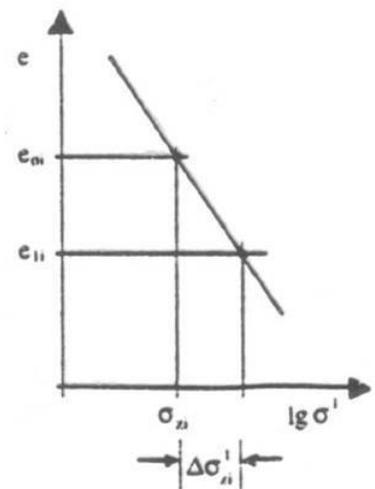
L'aliquota di cedimento Δw_{ed} in ogni strato omogeneo si può calcolare nelle due diverse forme:

$$a. \quad \Delta W_{ed} = \frac{\Delta\sigma'_z}{E_{ed}} \cdot \Delta Z$$



E_{ed} = modulo edometrico relativo all'intervallo $\sigma'_{v0} \div \sigma'_{v0} + \Delta\sigma'_z$

$$b. \quad \Delta W_{ed} = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \cdot \Delta Z$$



e_0 = indice dei vuoti precedente all'incremento di carico

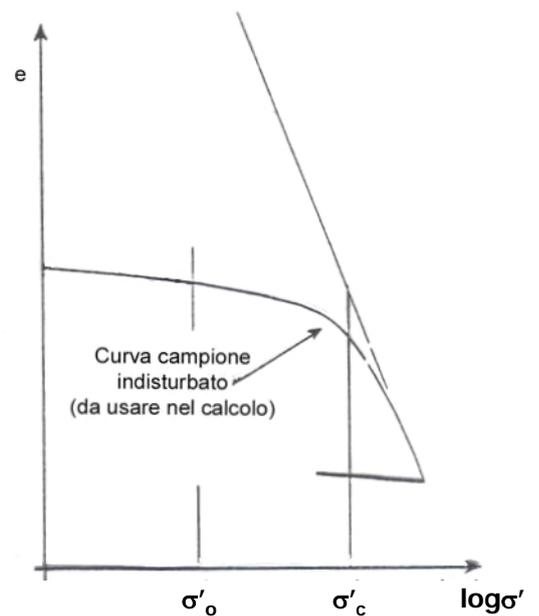
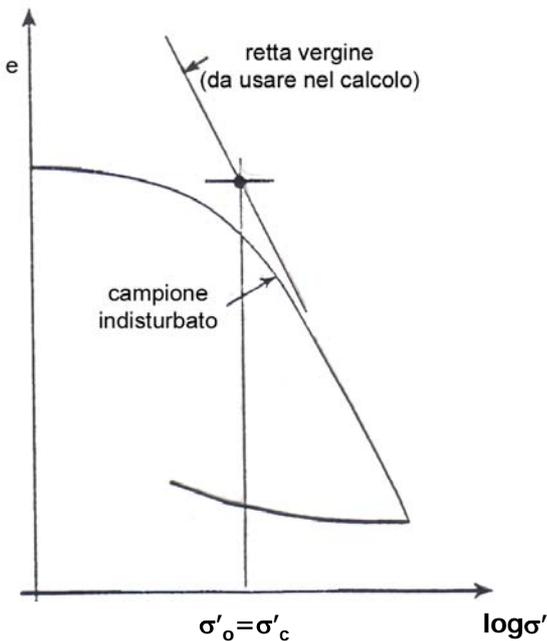
Δe = variazione dell'indice dei vuoti conseguente all'incremento di carico

Importanza della storia tensionale nel calcolo dei cedimenti

La variazione di indice dei vuoti Δe va calcolata percorrendo:

la retta vergine
in condizioni di normale consolidazione

la curva di compressione
in condizioni di sovraconsolidazione



$$\Delta e = C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_z}{\sigma'_{v0}}$$

$$\Delta e = C_r \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_z}{\sigma'_{v0}}$$

Se l'incremento $\Delta \sigma'_z$ è tale da rendere normalmente consolidato un terreno inizialmente sovraconsolidato ($\sigma'_{v0} < \sigma'_p$), Δe va calcolato sulla curva di compressione fino a σ'_p e sulla retta vergine oltre σ'_p :

$$\Delta e = C_r \cdot \log \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + C_c \cdot \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta \sigma'_z}{\sigma'_p}$$

Metodo di Skempton e Bjerrum

Ipotesi fondamentale:

$$W_f = W_0 + W_c \quad \text{con} \quad \begin{cases} w_0 \text{ da teoria dell'elasticità} \\ w_c \text{ adattando il metodo edometrico} \end{cases}$$

1. **Cedimento iniziale** w_0 ($t=0$) non drenato, di pura distorsione ($\varepsilon_v=0$):

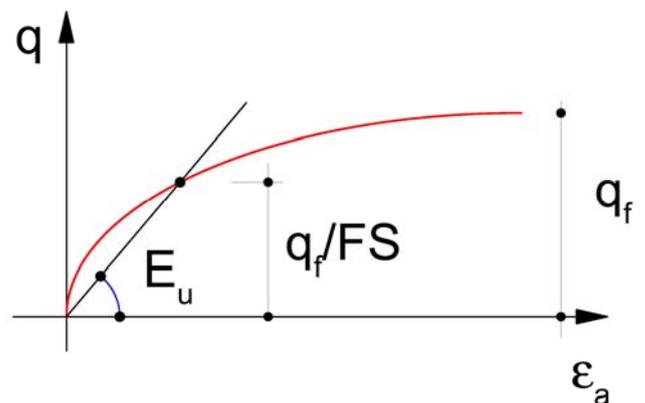
ottenibile dalla teoria elastica su mezzo monofase equivalente ($E=E_u$, $\nu=0.5$)

$$w_0 = \int_0^H \varepsilon_{z0} dz = \int_0^H \frac{1}{E_u} \left[\Delta\sigma_z - 0.5(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y) \right] dz$$

Il modulo di Young secante E_u va ricavato in corrispondenza del livello di carico in esercizio

$$q_{es} = \frac{q_{lim}}{FS} \Rightarrow E_u = \frac{q_f / FS}{\varepsilon_a}$$

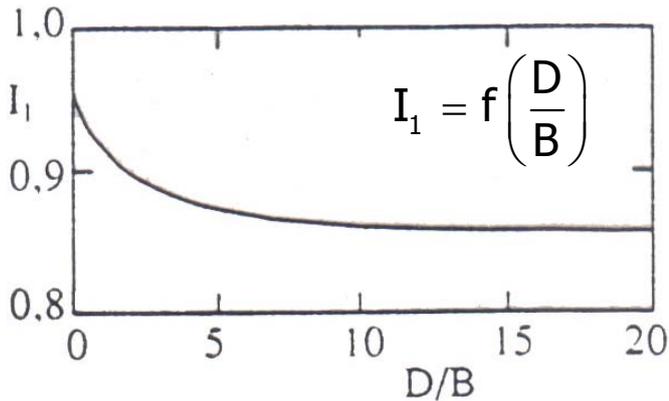
dai risultati di prove triassiali CIU consolidate a $\sigma'_c \cong p'_0$ (tensione efficace media litostatica)



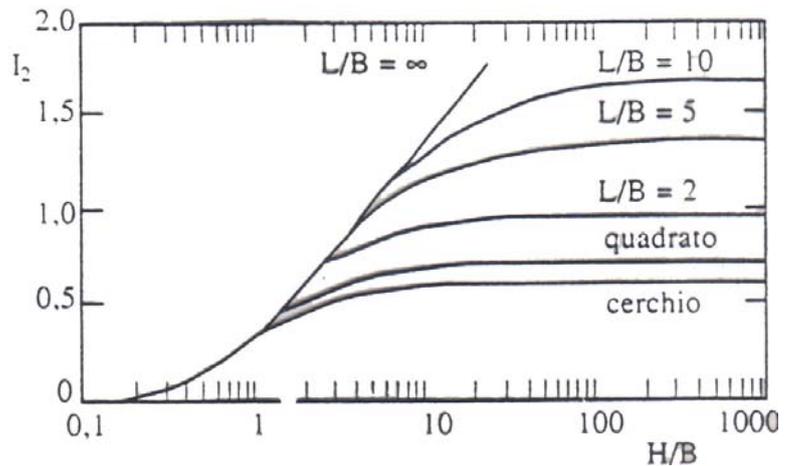
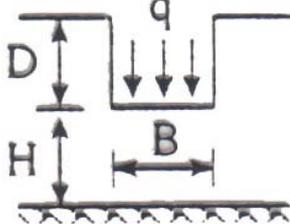
Calcolo del cedimento immediato

1a. Sottosuolo omogeneo $w_0 = \frac{q \cdot B}{E_u} \cdot I_w$

$$I_w = \int_0^H \frac{\Delta\sigma_z - 0,5(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y)}{q} d\left(\frac{z}{B}\right) = I_1 \cdot I_2$$



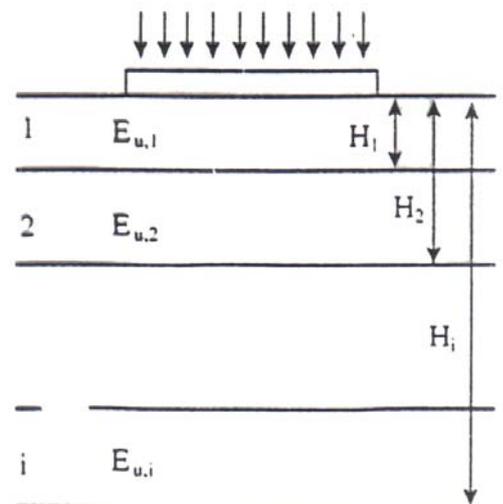
$$I_2 = f\left(\frac{H}{B}, \frac{L}{B}, \text{forma}\right)$$



1b. Sottosuolo eterogeneo

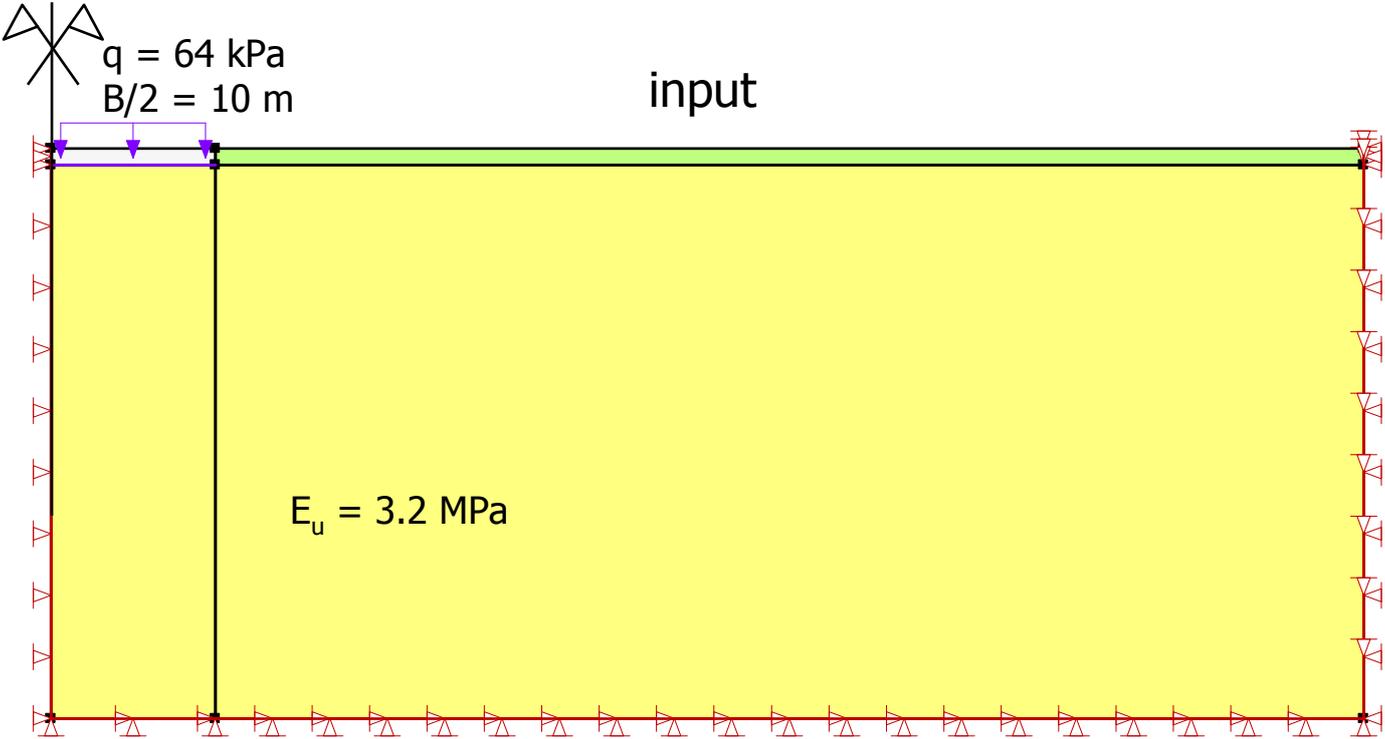
Si fa ricorso a un'estensione della cosiddetta "approssimazione di Steinbrenner" (*)

$$w_0 = q \cdot B \cdot \sum_{i=1}^n \frac{I_w(H_i) - I_w(H_{i-1})}{E_{u,i}}$$

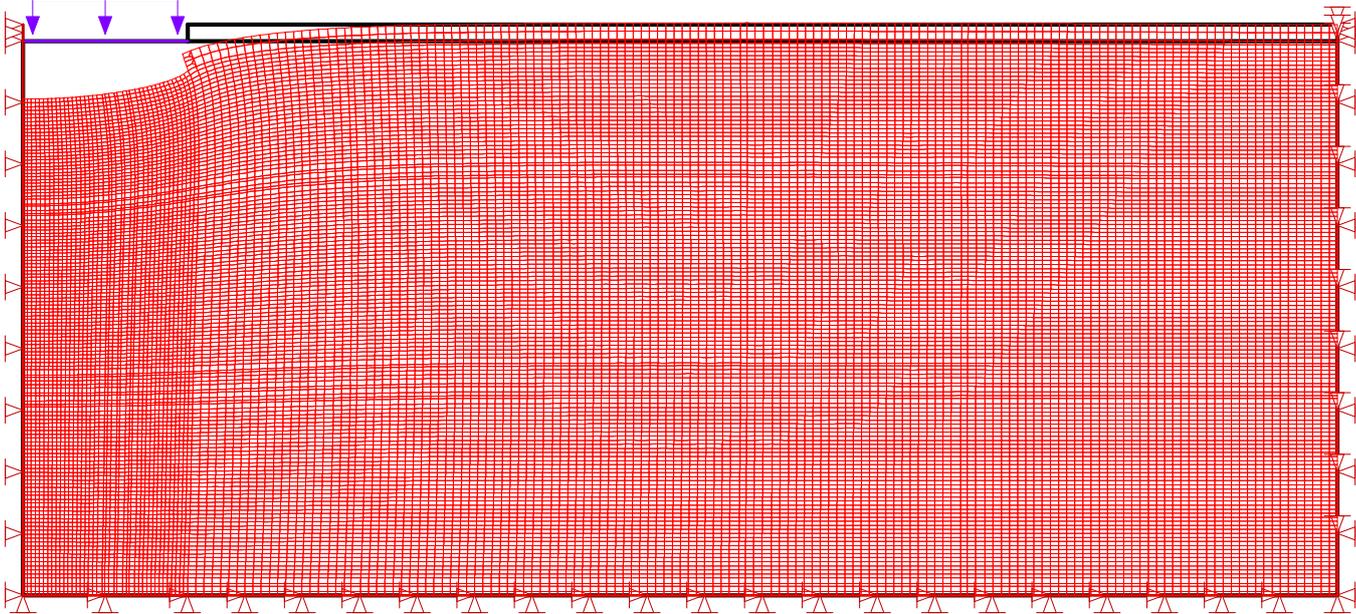


(*) Il cedimento di un punto della superficie di uno strato di spessore H sotto l'azione di un determinato sistema di carichi è approssimativamente uguale alla differenza fra i cedimenti dello stesso punto e di un punto a profondità H al di sotto di esso, considerati appartenenti a un semispazio indefinito soggetto allo stesso sistema di carichi.

Calcolo del cedimento immediato con Geostudio – SIGMA/W



spostamenti x 20

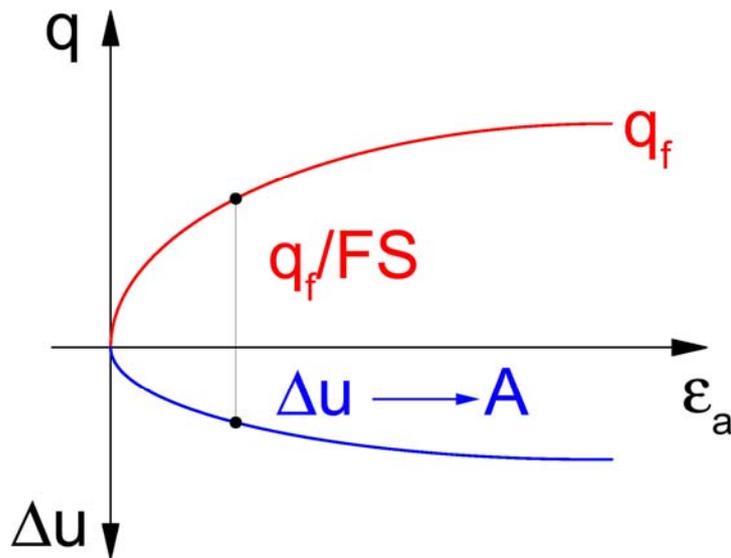


Calcolo del cedimento di consolidazione

2. Cedimento di consolidazione w_c

È connesso alle variazioni di volume che si verificano durante il processo di dissipazione delle sovrappressioni interstiziali Δu_0 :

$$\Delta u_0 = \Delta \sigma_3 + A (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)$$



Assumendo che il cedimento di consolidazione avvenga in condizioni edometriche ($\varepsilon_h = 0$):

$$w_c = \int_0^H \frac{\Delta u_0}{E_{ed}} dz = \int_0^H \frac{1}{E_{ed}} \left[\Delta \sigma_3 + A (\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3) \right] dz$$

Calcolo del cedimento di consolidazione

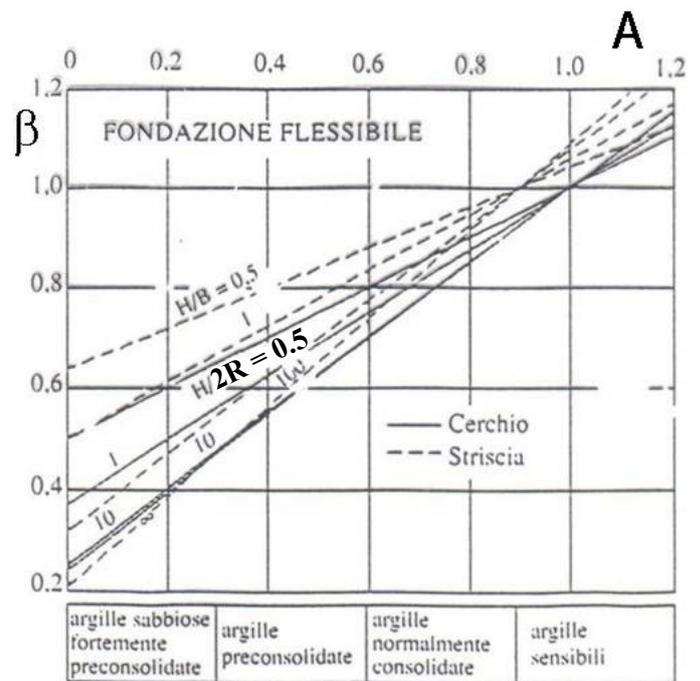
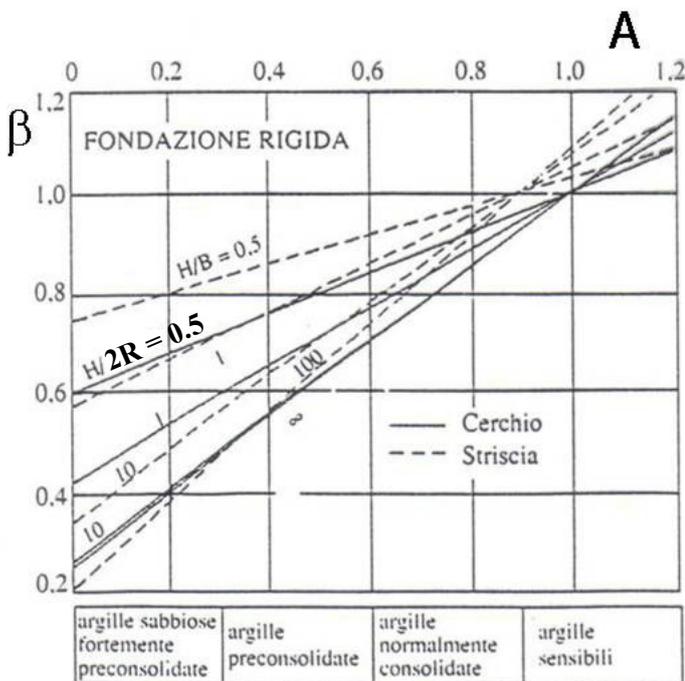
Se il sottosuolo è omogeneo (A e E_{ed} indipendenti da z), si può porre:

$$w_c = (1 - A) \cdot \int_0^H \frac{\Delta\sigma_x}{E_{ed}} dz + A \cdot \int_0^H \frac{\Delta\sigma_z}{E_{ed}} dz =$$

$$= (1 - A) \cdot \frac{\int_0^H \Delta\sigma_x dz}{\int_0^H \Delta\sigma_z dz} \cdot w_{ed} + A \cdot w_{ed} = \beta \cdot w_{ed}$$

con:

$$\beta = (1 - A) \cdot \frac{\int_0^H \Delta\sigma_x dz}{\int_0^H \Delta\sigma_z dz} + A = f\left(A, \text{forma}, \frac{H}{B} \text{ o } \frac{H}{2 \cdot \text{Raggio}}, \text{rigidezza}\right)$$



Cedimenti assoluti, differenziali, distorsioni

Grandezze cinematiche significative:

w = cedimento assoluto

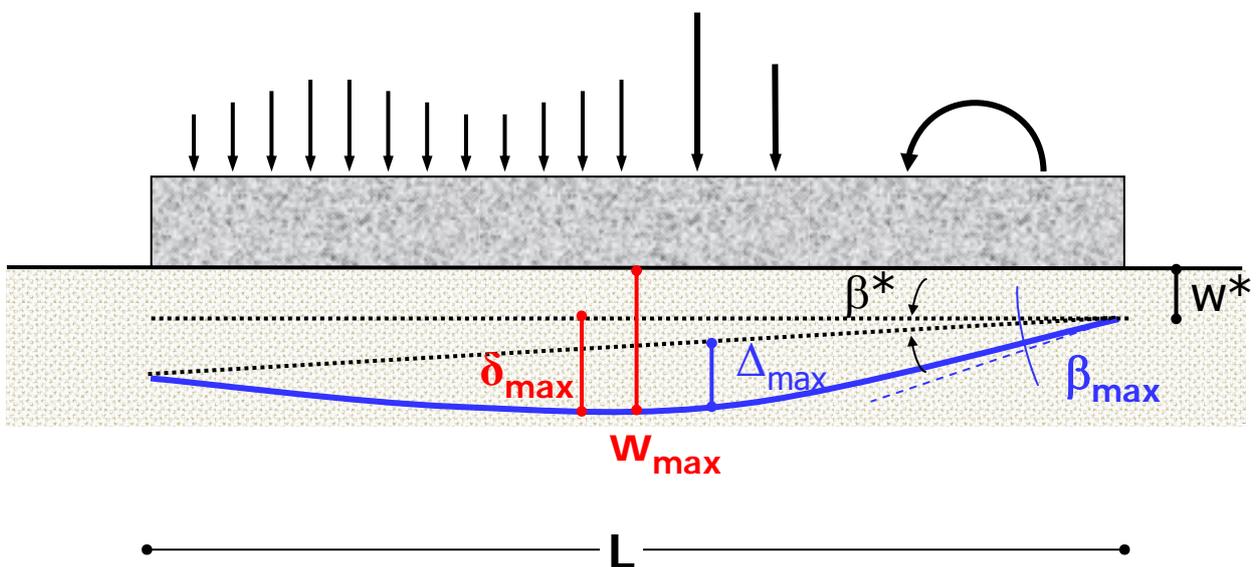
δ = cedimento differenziale

w^* , β^* = cedimento e rotazione rigida

Δ = inflessione = $w - w_{\text{rigido}}$

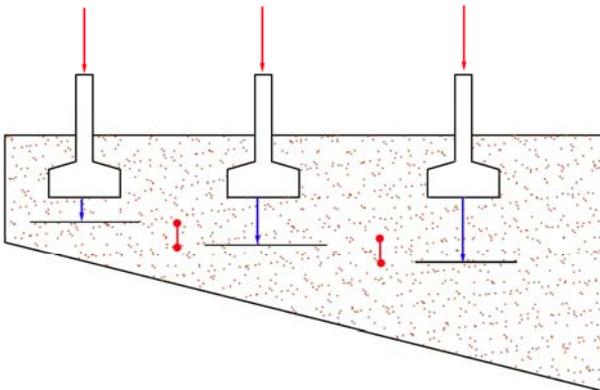
Δ/L = curvatura

$\beta = \partial\Delta / \partial x$ = distorsione angolare

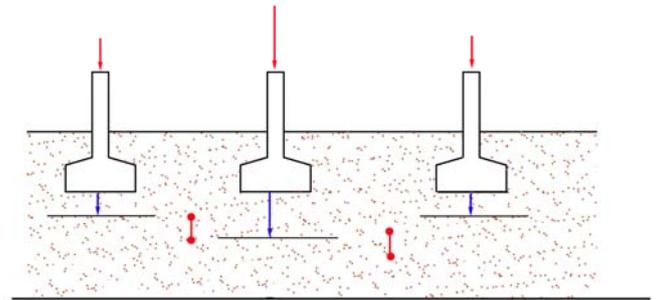


Cause e approcci al calcolo dei cedimenti differenziali

Eterogeneità del sottosuolo



Disuniformità dei sovraccarichi



Approccio ideale (deterministico):

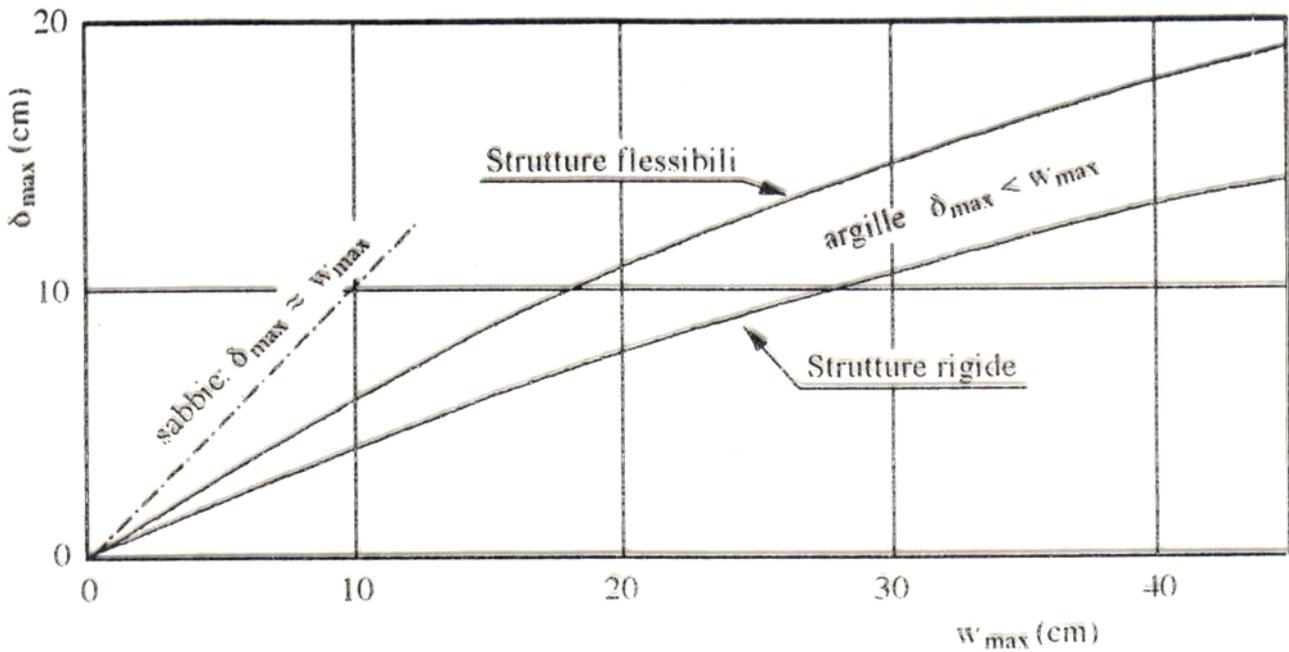
1. calcolo di w_{\max}
2. soluzione del problema dell'interazione
3. analisi della deformata del sistema di fondazioni \rightarrow
 $\delta, \Delta, \Delta/L, \beta$
4. calcolo delle sollecitazioni prodotte sulla struttura dai cedimenti in fondazione
5. verifiche strutturali

Approccio convenzionale (empirico):

1. calcolo di w_{\max}
2. valutazione empirica di $\delta, \beta = f(w_{\max}, \text{fondazione, sottosuolo})$
3. verifica di ammissibilità di $\delta, \beta = f(\text{struttura manufatto, tipo di danno})$

Valutazione empirica dei cedimenti differenziali

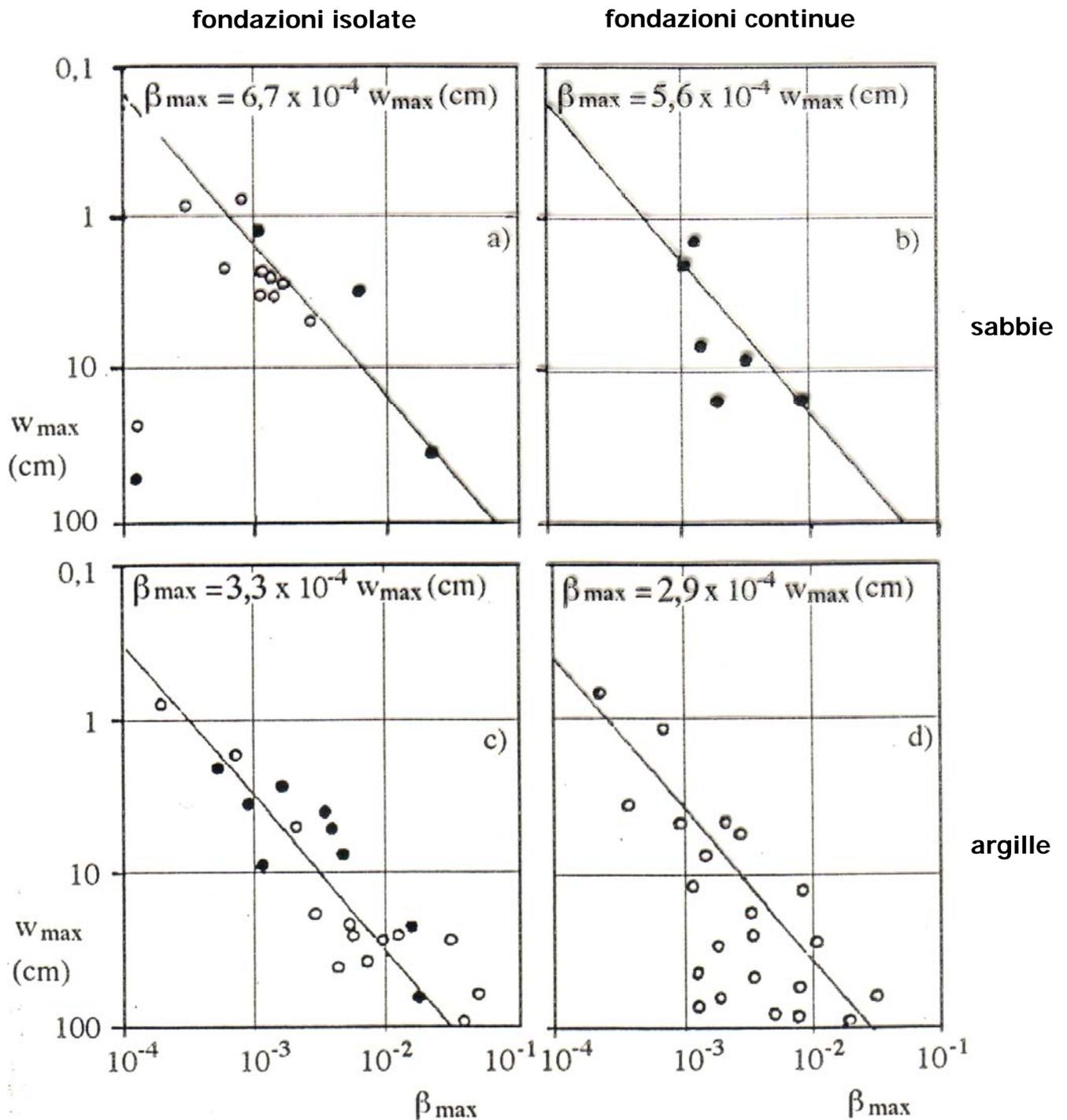
Correlazioni empiriche tra δ_{max} e w_{max} (Bjerrum, 1963)



	Deformabilità	Uniformità depositi
Sabbie	ridotta $\rightarrow w_{max} \leq 10$ cm	ridotta $\rightarrow \delta_{max} \approx w_{max}$
Argille	elevata $\rightarrow w_{max} \leq 50$ cm	elevata $\rightarrow \delta_{max} < w_{max}$

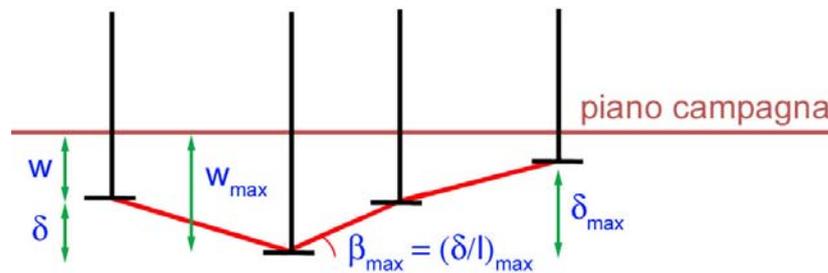
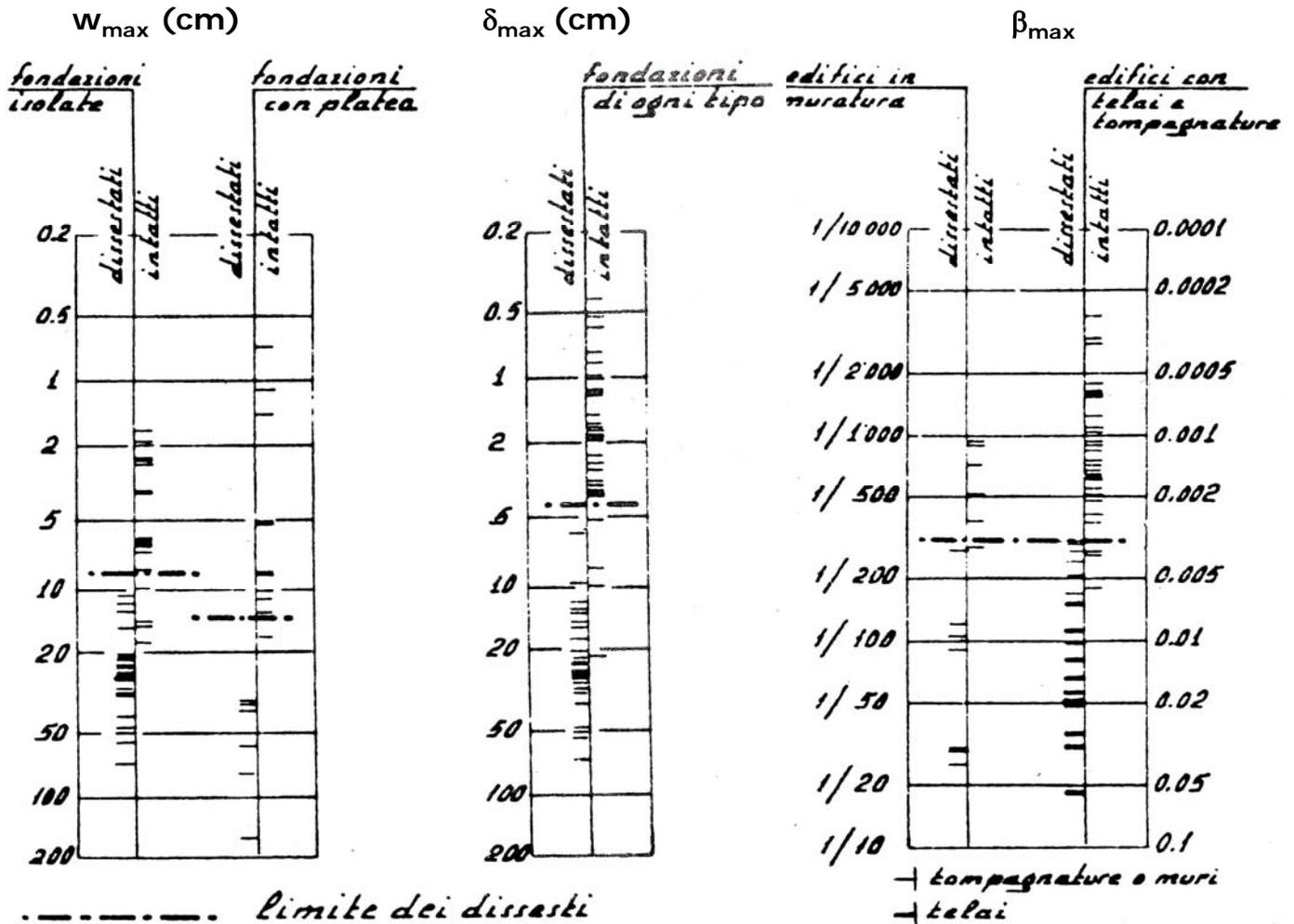
Valutazione empirica delle distorsioni angolari

Correlazioni empiriche tra β_{\max} e w_{\max} (Grant et al, 1974)



Danni prodotti da cedimenti e distorsioni

Analisi di 'case histories' di Skempton & McDonald (1956)



Cedimento assoluto max ammissibile $w_{\max} \approx 8$ cm (isolate), 13 cm (continue)
 Cedimento differenziale max ammissibile $\delta_{\max} \approx 4$ cm (fondazione di ogni tipo)
 Distorsione max ammissibile $\beta_{\max} = (\delta/l)_{\max} \approx 1/300 \approx 0,003$ (muratura e telai)

Ammissibilità di distorsione e curvatura

Valori ammissibili di distorsione angolare β
(riferiti alle tipologie strutturali e di danno)

Struttura	Tipo di danno	Valori ammissibili di β			
		Skempton e McDonald (1956)	Meyerhof (1974)	Polshin e Tokar (1957)	Bjerrum (1973)
Strutture intelaiate e murature armate	Alle strutture	1/150	1/250	1/200	1/150
	Ai tompagni	1/300	1/500	1/500	1/500

Valori ammissibili di rapporto di curvatura Δ/L
(riferiti al tipo di cinematismo)

Struttura	Cinematismo	Valori ammissibili di Δ/L		
		Meyerhof (1974)	Polshin e Tokar (1957)	Burland e Wroth (1975)
Murature portanti non armate	Deformata con concavità verso l'alto	$0.4 \cdot 10^{-3}$	$0.3 \div 0.4 \cdot 10^{-3}$ ($L/H \leq 3$)	$0.4 \cdot 10^{-3}$ ($L/H = 1$)
	Deformata con concavità verso il basso			$0.8 \cdot 10^{-3}$ ($L/H = 5$)
				$0.2 \cdot 10^{-3}$ ($L/H = 1$)
				$0.4 \cdot 10^{-3}$ ($L/H = 5$)

Ammissibilità di cedimento, inclinazione, rotazione relativa

Valori ammissibili riferiti alle tipologie strutturali e di danno (*Holtz, 1991*)

Tipo di movimento	Fattore di limitazione		Valore ammissibile
Cedimento (cm)	Collegamento a reti di servizi Accessibilità		15 ÷ 30 30 ÷ 60
	Probabilità di cedimenti differenziali	<i>Murature portanti</i> <i>Strutture intelaiate</i> <i>Ciminiere, silos</i>	2.5 ÷ 5 5 ÷ 10 7.5 ÷ 30
Inclinazione δ/L	Stabilità al ribaltamento Rotazione di ciminiere e torri Drenaggio di superfici pavimentate		Da verificare $\delta/H \leq 0.04$ 0.01 ÷ 0.02
	Operatività macchine	<i>Macchine tessili</i> <i>Turbogeneratori</i> <i>Gru a ponte</i>	0.003 0.0002 0.003
Rotazione relativa β	Murature portanti multipiano Murature portanti ad un piano Lesione intonaci Telai in c. a. Pareti di strutture a telaio in c.a. Telai in acciaio Strutture semplici di acciaio		0.0005 ÷ 0.001 0.001 ÷ 0.02 0.001 0.0025 ÷ 0.004 0.003 0.002 0.005

L = distanza tra pilastri adiacenti, H = altezza di ciminiere e torri

Valori ammissibili più elevati → strutture flessibili, sottosuoli uniformi

Valori ammissibili più ridotti → strutture rigide, sottosuoli irregolari