

# *Biomeccanica*

Corso di Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016



## Sommario

- Introduzione
- Equilibrio delle articolazioni
  - Esempio: articolazione dell'anca
- Le leve meccaniche del corpo umano
- Funzioni della mandibola (carnivori, erbivori)
- Legge di Hooke applicata alle fratture ossee
- Flessione di una trave (fratture per flessione)
- Torsione di una trave (fratture per torsione)
- Contrazione muscolare
- Meccanica della locomozione
- Percezione del moto rotatorio

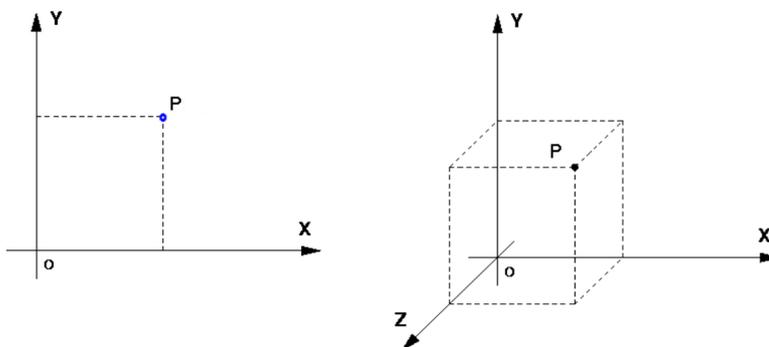


## Introduzione

- La Biomeccanica è diventata sempre più importante
  - per i notevoli [risvolti terapeutici](#)
  - per il notevole interesse e sviluppo degli studi medici connessi con [l'attività sportiva](#).
- I concetti della Meccanica applicati alla fisiologia dell'apparato locomotore sono appunto le fondamenta su cui si sviluppano gli studi e le ricerche di Medicina sportiva.
- Le articolazioni nei sistemi biologici dotati di *eso-* od *endo-* scheletro sono costituite da strutture a snodo che ne permettono il movimento, il cui equilibrio è determinato dall'azione di forze peso, di reazioni vincolari e di forze di trazione muscolare.

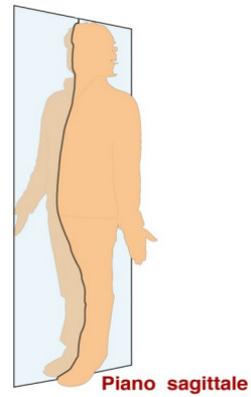


## Sistema di riferimento

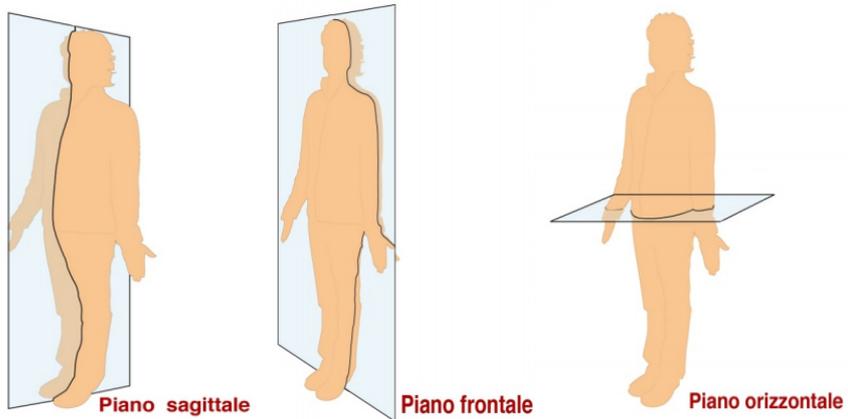


## Sistema di riferimento

- In anatomia il sistema utilizzato è quello che fa riferimento ad una terna di assi sui tre piani denominati:
  - Sagittale
  - Frontale
  - Orizzontale



## Sistema di riferimento



# Equilibrio delle articolazioni

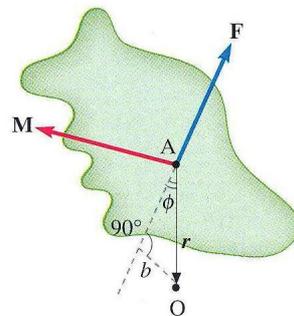


## Equilibrio di un corpo rigido

- Prima di considerare le condizioni di equilibrio dei corpi, introduciamo la definizione di momento di una forza rispetto ad un punto O.
- Consideriamo un **corpo rigido** (non deformabile, qualunque forza agisca su di esso) sul quale agisce una forza  $F$ , applicata nel punto  $A$ , ed un punto  $O$  qualsiasi, come mostrato in figura.
- Si definisce **momento M** di una forza  $F$  rispetto al punto  $O$  il prodotto vettoriale:

$$\vec{M} = \overline{OA} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\vec{M}| = Fr \sin \phi = Fb$$



## Equilibrio delle articolazioni

- Le condizioni di equilibrio:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = \sum_1^N \vec{F}_i = \vec{R} = 0$$

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \dots + \vec{M}_N = \sum_1^N \vec{M}_i = \vec{M}_T = 0$$

- corrispondono, in generale, a 6 relazioni scalari, relative alle componenti dei vettori  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{M}_T$  lungo i 3 assi coordinati  $x, y, z$ , che devono essere soddisfatte *contemporaneamente* :
 
$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{Nx} = R_x = 0 & (1) \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{Ny} = R_y = 0 & (2) \\ F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots + F_{Nz} = R_z = 0 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_{1x} + M_{2x} + M_{3x} + \dots + M_{Nx} = M_{Tx} = 0 & (4) \\ M_{1y} + M_{2y} + M_{3y} + \dots + M_{Ny} = M_{Ty} = 0 & (5) \\ M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} + \dots + M_{Nz} = M_{Tz} = 0 & (6) \end{cases}$$



## Equilibrio delle articolazioni

- Semplificazione:
  - considerare le forze giacenti tutte nello stesso piano
  - scegliere il punto O (rispetto a cui calcolare i momenti delle forze) appartenente al piano
- Avremo, quindi:
  - le condizioni (3), (4) e (5) soddisfatte
  - l'equilibrio determinato dalle sole (1), (2) e (6).

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{Nx} = R_x = 0 & (1) \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{Ny} = R_y = 0 & (2) \\ F_{1z} + F_{2z} + F_{3z} + \dots + F_{Nz} = R_z = 0 & (3) \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{Nx} = R_x = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{Ny} = R_y = 0 \\ \dots \\ \dots \\ M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} + \dots + M_{Nz} = M_{Tz} = 0 \end{cases}$$

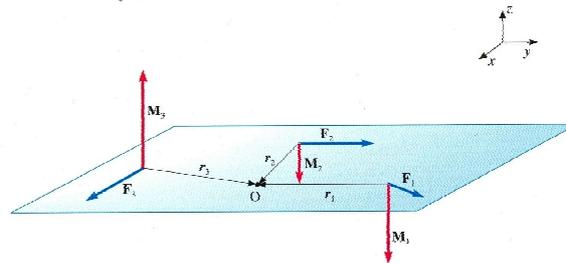
$$\begin{cases} M_{1x} + M_{2x} + M_{3x} + \dots + M_{Nx} = M_{Tx} = 0 & (4) \\ M_{1y} + M_{2y} + M_{3y} + \dots + M_{Ny} = M_{Ty} = 0 & (5) \\ M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} + \dots + M_{Nz} = M_{Tz} = 0 & (6) \end{cases}$$



## Equilibrio delle articolazioni

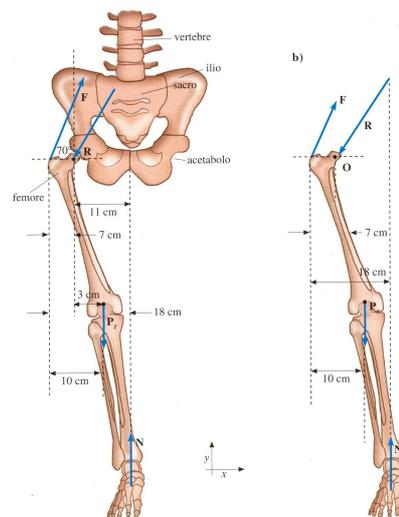
$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{Nx} = R_x = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{Ny} = R_y = 0 \\ \dots \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dots \\ \dots \\ M_{1z} + M_{2z} + M_{3z} + \dots + M_{Nz} = M_{Tz} = 0 \end{cases}$$



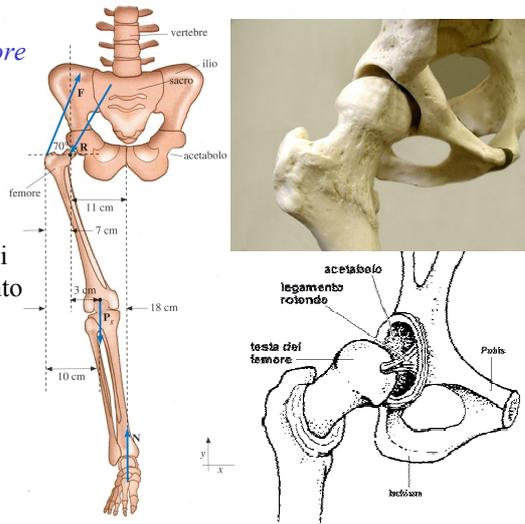
## Esempio: articolazione dell'anca

- Si studia l'equilibrio di un'articolazione per capirne il funzionamento dettagliato e per conoscere l'azione di alcune forze, in parte o completamente incognite.
- A titolo di esempio studiamo l'equilibrio dell'articolazione dell'anca.



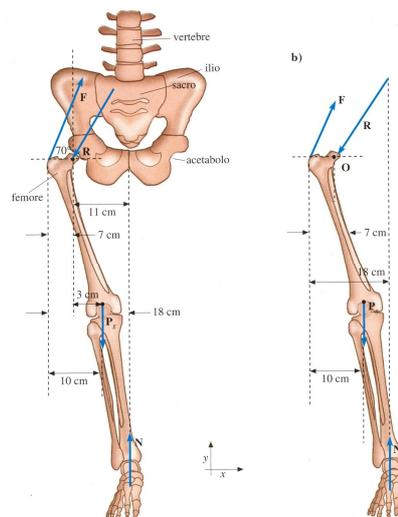
## Esempio: articolazione dell'anca

- L'articolazione dell'anca è costituita dalla testa del *femore* che si inserisce *nella cintura pelvica* entro una cavità, chiamata *acetabolo*.
- Tra la testa del femore e l'acetabolo vi sono cartilagini che garantiscono il movimento reciproco quasi senza attrito.



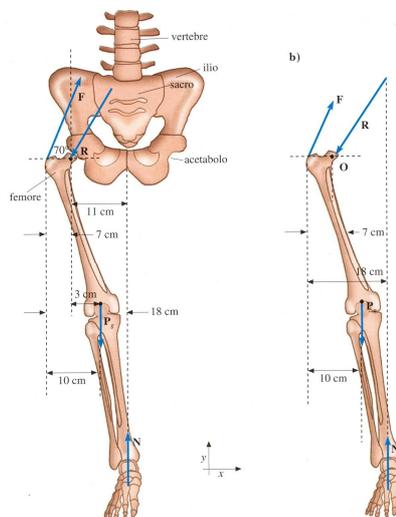
## Esempio: articolazione dell'anca

- Consideriamo l'equilibrio quando il soggetto è in piedi su un piede solo e supponiamo che il sistema sia isolato e che le forze agiscano tutte nel piano verticale passante per l'articolazione.



## Esempio: articolazione dell'anca

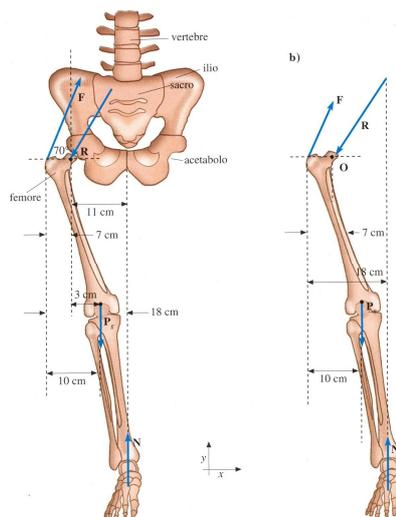
- Le forze che agiscono sul sistema sono:
  - la **forza  $F$**  di trazione dei muscoli **abduuttori** (glutei) che agiscono sul **trocantere maggiore**, di modulo incognito, ma diretta a circa  $70^\circ$  rispetto all'orizzontale,
  - la **forza peso** della gamba  $P_g$  diretta verticalmente, applicata nel baricentro della gamba e avente modulo pari a circa  $1/7$  della forza peso  $P$  del corpo,
  - la **reazione vincolare  $N$**  del suolo, dovuta alla forza peso  $P$ , uguale ad essa in modulo e direzione ma con verso opposto,
  - la **forza  $R$**  che agisce sulla testa del femore, totalmente incognita, la quale tiene conto della forza peso del corpo (senza la gamba sottostante) che si scarica sull'articolazione.
- Vogliamo appunto determinare questa forza in condizioni di equilibrio del sistema.



## Esempio: articolazione dell'anca

- Scegliamo il punto  $O$ , rispetto a cui calcolare i momenti delle forze suddette, coincidente con la testa del femore.
- In questo modo il momento della forza  $R$  sarà nullo (*il braccio è zero*)  $M_R = 0$ .
- nel solo piano verticale  $x,y$  le condizioni di equilibrio si riducono alle:

$$\begin{cases} \vec{F}_x + \vec{P}_{gx} + \vec{N}_x + \vec{R}_x = 0 \\ \vec{F}_y + \vec{P}_{gy} + \vec{N}_y + \vec{R}_y = 0 \\ \vec{M}_{Fz} + \vec{M}_{Pgz} + \vec{M}_{Nz} + \vec{M}_{Rz} = 0 \end{cases}$$



## Esempio: articolazione dell'anca

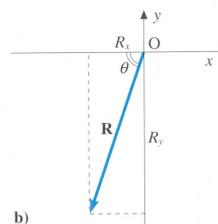
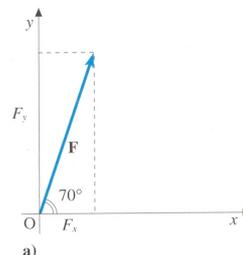
$$\begin{cases} \vec{F}_x + \vec{P}_{gx} + \vec{N}_x + \vec{R}_x = 0 \\ \vec{F}_y + \vec{P}_{gy} + \vec{N}_y + \vec{R}_y = 0 \\ \vec{M}_{Fz} + \vec{M}_{Pgz} + \vec{M}_{Nz} + \vec{M}_{Rz} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F \cdot \cos(70^\circ) - R_x = 0 \\ F \cdot \sin(70^\circ) - R_y - \frac{1}{7} \cdot P + P = 0 \\ F \cdot (7\text{cm}) \cdot \sin(70^\circ) + \frac{1}{7} \cdot P - P \cdot (11\text{cm}) = 0 \end{cases}$$

- Dall'ultima relazione si ottiene  $F=1.61 \times P$ , che inserita nelle precedenti fornisce:

$$R = 2.43 \cdot P$$

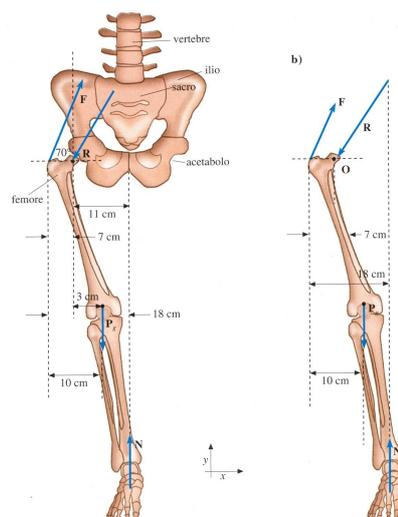
$$\theta = 77^\circ$$



## Esempio: articolazione dell'anca

### Considerazioni:

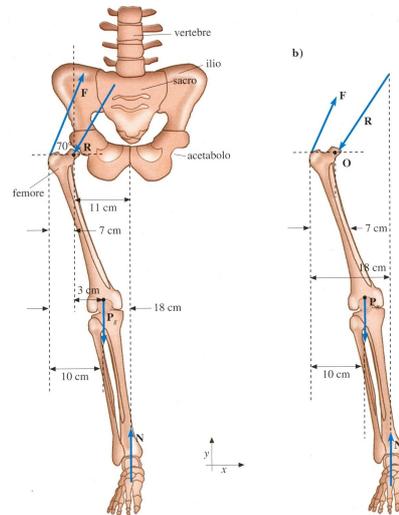
- lo stato di equilibrio su un solo piede è quello in cui si passa alternativamente dall'equilibrio su un piede alla condizione normale nella deambulazione, l'equilibrio sull'altro piede.
- Il risultato dell'equilibrio fornisce una forza  $R$  che agisce sulla testa del femore, dal modulo assai rilevante, pari circa due volte e mezzo la forza peso  $P$  del corpo:
  - ciò significa che lo sforzo sulle cartilagini di questa articolazione è notevole e che ci si può aspettare una loro consistente usura nel tempo, fatto che spesso si verifica negli anziani, con la necessità di sostituire l'articolazione con protesi.



## Esempio: articolazione dell'anca

### Considerazioni:

- L'angolo d'azione e della forza  $R$  (poichè il tessuto osseo tende a crescere nella stessa direzione dello sforzo a esso applicato) costituisce il motivo della deviazione della testa del femore, rispetto al resto del femore.



Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

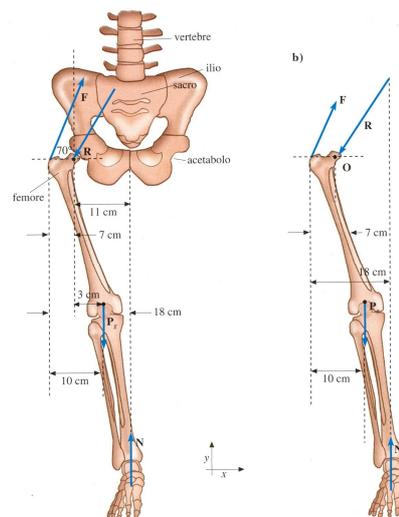
27

## Esempio: articolazione dell'anca

### Considerazioni:

- Se, a causa di una frattura del femore, il soggetto è costretto ad un riposo prolungato, la forza dei muscoli abduttori  $F$  si indebolisce.
- Ciò ha come conseguenza che l'equilibrio, nella deambulazione, viene garantito da una forza  $R$  diretta più verticalmente (al limite se fosse  $F=0$ ,  $R$  sarebbe verticale, come si può verificare dalla relazione

$$F \cdot \cos(70^\circ) - R_x = 0$$



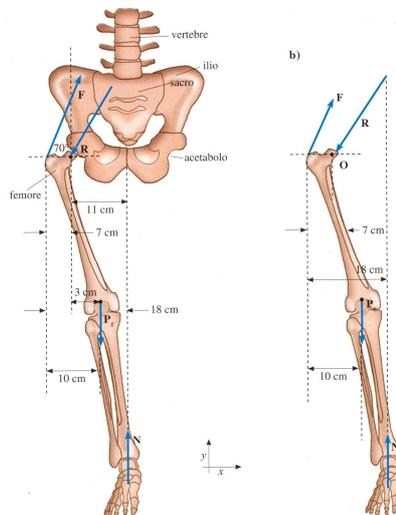
Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

28

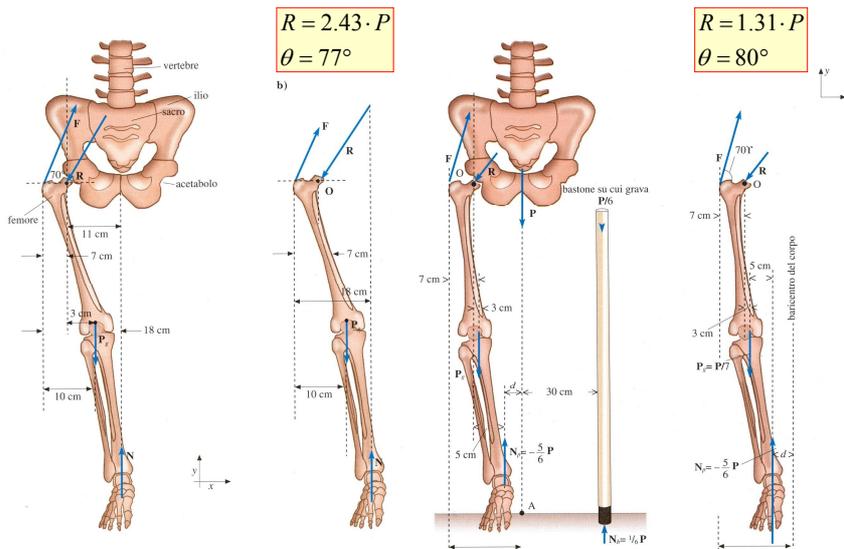
## Esempio: articolazione dell'anca

### Considerazioni:

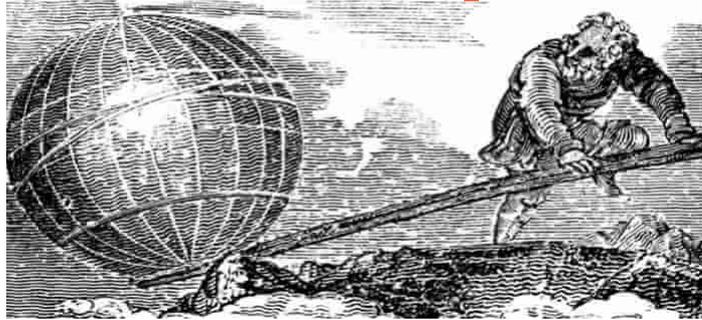
- La testa del femore tende allora a crescere ad un angolo maggiore del normale provocando un allungamento dell'arto
- Quest'ultimo, per compensare lo sbilanciamento tra gli arti, produce una rotazione della cintura pelvica e quindi una curvatura della colonna vertebrale (*scoliosi*).
- Per ovviare a ciò, è necessario utilizzare un bastone, su cui si scarica una parte del peso del corpo, per cui l'equilibrio viene permesso con valori di **F** inferiori al normale, pur mantenendo la direzione di **R** quasi inalterata.



## Esempio: articolazione dell'anca con bastone



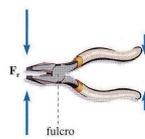
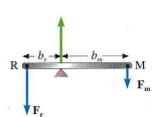
# Leve meccaniche del corpo umano



Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

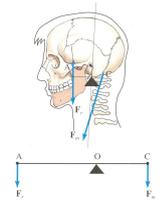
35

## Leve meccaniche

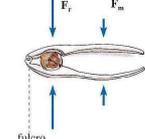
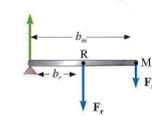


a)

Leva del 1° tipo



1° tipo (pinza)

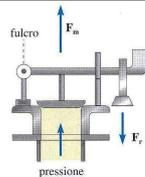
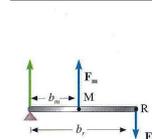


b)

Leva del 2° tipo



2° tipo (schiaianoch)



c)

Leva del 3° tipo:



Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

36

## Leve meccaniche del corpo umano

- Nel corpo umano tutte le **articolazioni**, ossia i punti di “*snodo*” tra le parti fisse, realizzano delle leve meccaniche
  - Quando esse sono in condizioni di equilibrio, consentono il blocco delle articolazioni
  - Quando “non” sono in condizioni di equilibrio, consentono il movimento delle articolazioni
- componenti
  - **muscoli**: si inseriscono nelle ossa (tramite i tendini) e rappresentano l’elemento “attivo” del movimento (*la loro contrazione determina il movimento*)
  - **ossa**: rappresentano l’elemento “passivo” del movimento
  - **articolazioni**: rappresentano l’elemento di congiunzione e snodo delle ossa



## Leve meccaniche del corpo umano

- L'intero apparato locomotore è basato sui un sistema di leve meccaniche.
- Quando si attua un movimento, si attiva una leva meccanica (di 1°, 2° o 3° tipo) nella quale:

- **Fulcro**: asse di rotazione

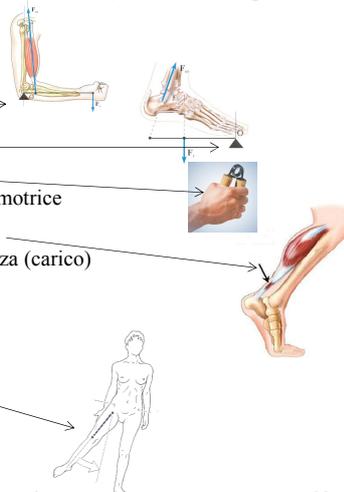
- Articolazione
- Punto di appoggio
- Punto di presa

- **Potenza**: punto nel quale è applicata la forza motrice

- Inserzione muscolare sull'osso (tendine)

- **Resistenza**: punto nel quale risiede la resistenza (carico)

- Peso
- Spostamento di un segmento corporeo
- gravità



## Leva di 1° tipo

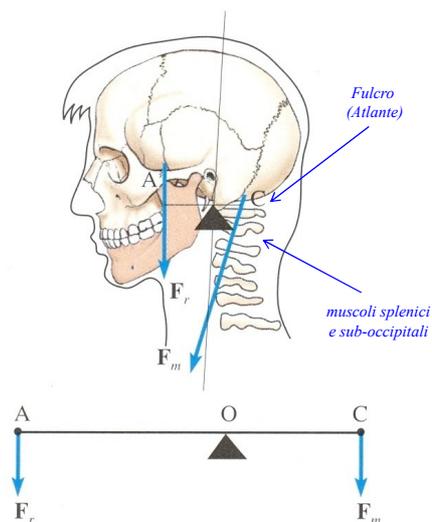


## Leva di 1° tipo: testa

- L'articolazione su cui poggia la testa è una leva del 1° tipo (*la forza resistente è rappresentata dal peso della testa e la forza motrice è data dalla muscolatura estensoria tra la nuca e la base del collo - muscoli splenici*)

*$F$  è circa 300 N (notevole)*

- I muscoli splenici esercitano quindi uno sforzo notevole (pari al peso di un corpo di 32 kg) per poter mantenere la testa in posizione eretta.
- La leva è svantaggiosa (guadagno  $G < I$ ).



## Leva di 1° tipo: testa

- la struttura è *labile*, cioè dotata di un grado di libertà.
- Per questo motivo è necessario per l'equilibrio che il momento della forza muscolare e quello del peso siano eguali in ogni istante.

$$F_m b_m - F_r b_r = 0$$

$$F_m = F_r \frac{b_r}{b_m}$$

- Questa eguaglianza è ottenuta con reazioni muscolari, del tutto inconse, che intervengono continuamente per esercitare il controllo della posizione della testa.

- La reazione vincolare in corrispondenza del vincolo vale

$$F_r + F_m = F_r + F_r \frac{b_r}{b_m} = F_r \left(1 + \frac{b_r}{b_m}\right)$$

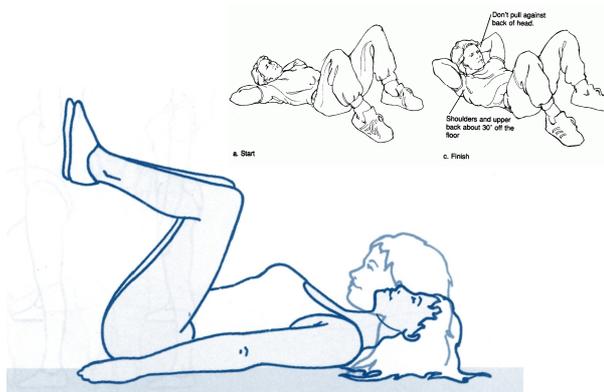
- E' evidente che quindi il carico sulla vertebra non è molto lontano da 1,5 volte il peso del capo. Questo ragionamento riguarda naturalmente le sole azioni statiche, potendo le azioni dinamiche arrivare a raggiungere livelli anche 10 volte superiori.



## Leva di 1° tipo: testa

- Le azioni di cui abbiamo mostrato il metodo di calcolo variano fortemente nel caso in cui la testa non sia in posizione verticale ma il corpo sia piegato. In questo caso la forza peso cambia direzione e la forza muscolare cambia valore.

- Supino
- Prono
- Panca
- Crunch



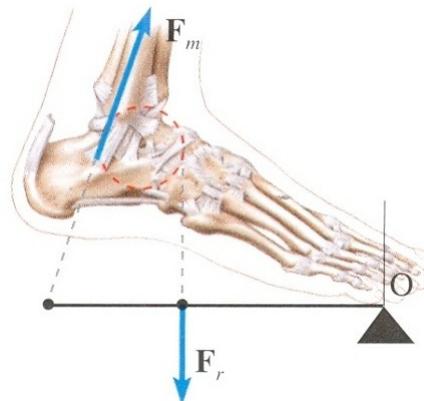
## Leva di 2° tipo



## Leva di 2° tipo

- Un piede in elevazione sulle punte delle dita è una leva del 2° tipo:

- il *fulcro* è costituito dalle dita,
- la *forza resistente*  $F_r$ , dal peso che grava sulla caviglia
- la *forza motrice*  $F_m$ , dai muscoli del polpaccio, che esercitano una trazione sul tendine d'Achille



- $b_m > b_r$  sempre
- La leva è sempre **vantaggiosa** ( $G > I$ ).



## Leva di 2° tipo

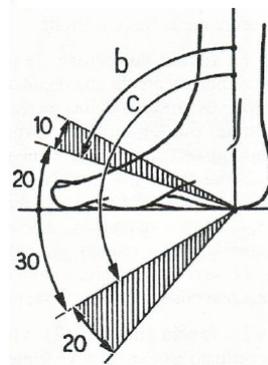
Esempio:

- sollevamento sull'avampiede ad opera del polpaccio:
  - il *fulcro* è rappresentato dal punto d'appoggio dell'avampiede al suolo (*e non dall'articolazione tibia tarsica, dato che questa si muove rispetto all'avampiede fermo durante il movimento*).
  - La *forza motrice* è situata sull'inserzione del tricipite surale sul calcagno,
  - la *forza resistente* è costituita dal peso di tutto il corpo, che si scarica sul dorso del piede.
- La vantaggiosità di questa leva fa sì che i polpacci possano vincere grosse resistenze con relativamente piccolo sforzo, come quando ci si solleva sull'avampiede anche con elevati carichi sulle spalle.

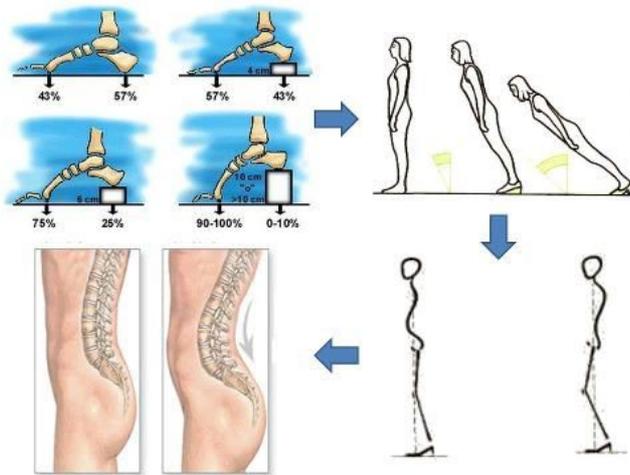


## Caviglia o articolazione tibio-tarsica

- La caviglia è l'articolazione distale dell'arto inferiore.
- Ha un solo grado di libertà, la flessione-estensione.
  - La flessione (o flessione dorsale) della caviglia è il movimento che avvicina il dorso del piede alla faccia anteriore della gamba, l'ampiezza è di 20-30°
  - L'estensione (o flessione plantare) della caviglia significa allontanare il dorso del piede dalla faccia anteriore della gamba, ed è di 30-50°
- (La prono-supinazione dipende solo da un diverso accorciamento dei legamenti mediali e laterali)



## Tacco 12

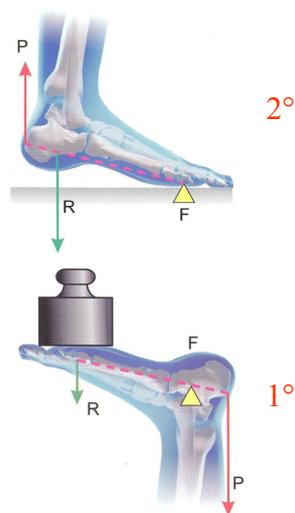


Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

60

## Trasformazione delle leve

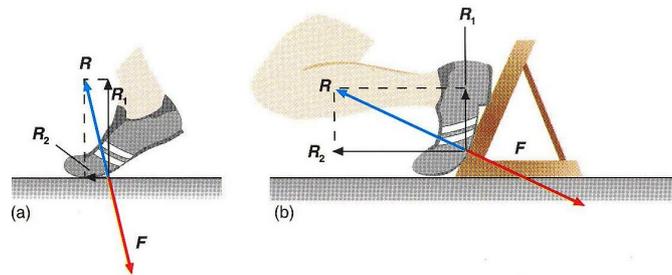
- Le leve possono trasformarsi di genere a seconda del tipo di movimento.
- Nel caso superiore, il movimento del piede in appoggio al suolo (come già visto) è rappresentato da una leva di 2° genere.
- Se, invece, il movimento di estensione dell'avampiede venisse effettuato non in appoggio al suolo, ma in sospensione (l'avampiede risulta così libero di spostare la forza resistiva) il sistema verrebbe rappresentato da una leva diventerebbe di 1° genere
  - Il **fulcro** è rappresentato dall'articolazione tibia tarsica, posta tra i due punti di applicazione delle forze
  - La **forza motrice** è sempre compiuta dal tricipite surale, inserito sul calcagno
  - la **forza resistiva** non è costituita dal peso del corpo, bensì dal carico posto sull'avampiede



Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

61

## Principio di azione e reazione

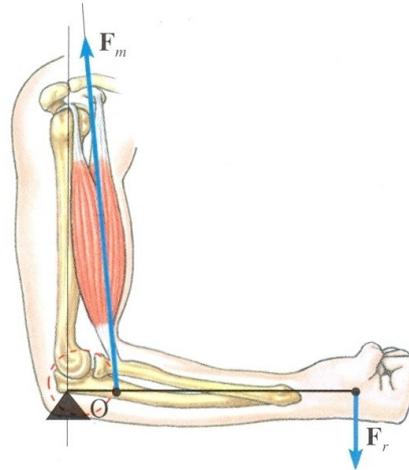


## Leva di 3° tipo



## Leva di 3° tipo

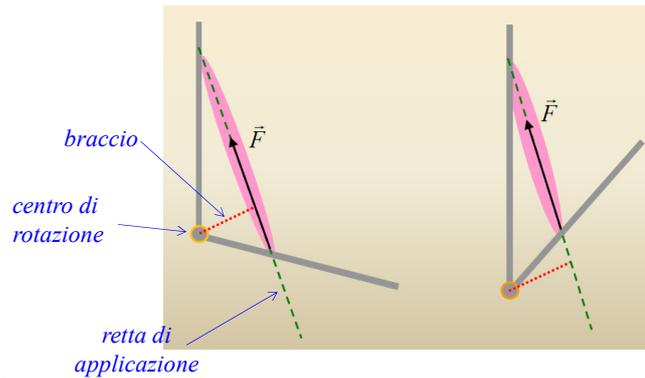
- La coppia braccio e avambraccio costituisce una leva del 3° tipo
  - il **fulcro** è situato nell'articolazione del gomito
  - la **forza resistente**  $F_r$  è data dalla somma delle forze peso dell'avambraccio e del peso sostenuto dalla mano
  - la **forza motrice** è fornita dal bicipite brachiale
- All'equilibrio il braccio della forza motrice è minore di quello della forza resistente
$$b_m < b_r$$
- La leva è, quindi, **svantaggiosa**



## Braccio della forza muscolare

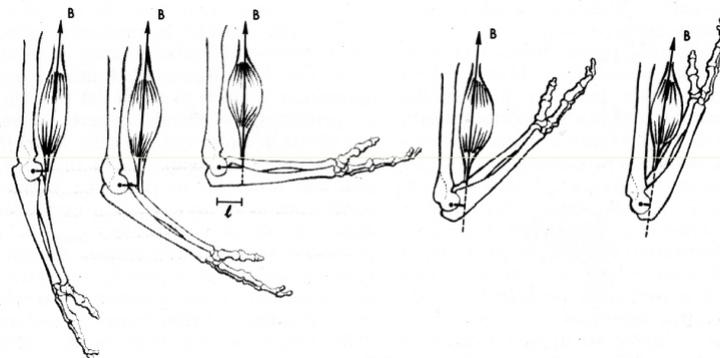
- DEF:

- Il *braccio* della forza muscolare è la minima distanza fra la *retta di applicazione* della forza muscolare ed il *centro di rotazione articolare*



## Variazione del braccio della forza muscolare

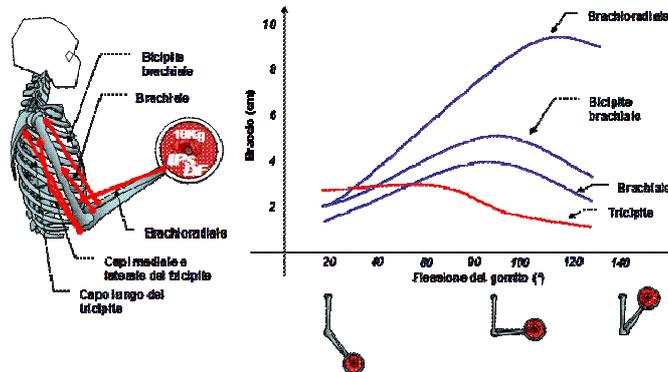
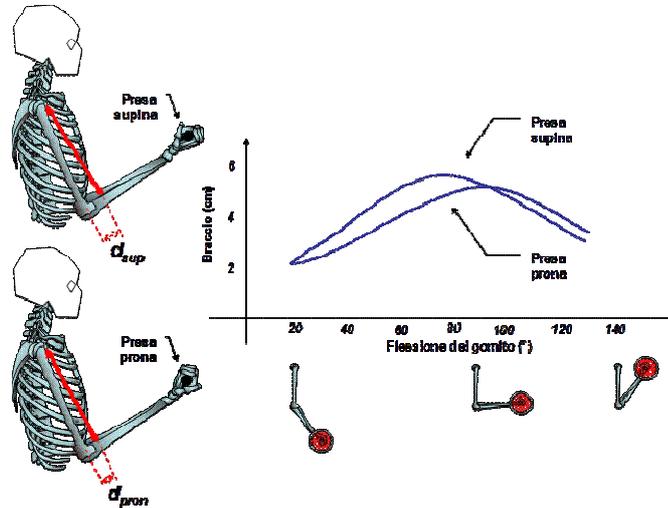
- Il braccio della forza muscolare varia al variare dell'angolo articolare



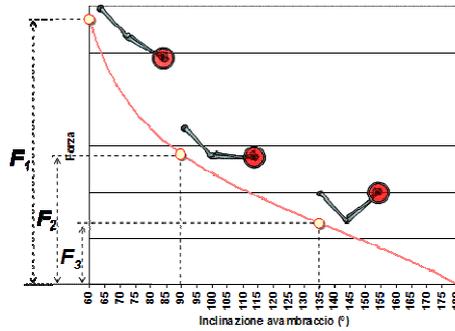
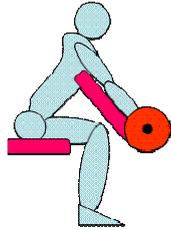
*Il bicipite in varie posizioni di flessione del gomito, che mostrano le variazioni del braccio del momento*



## Flessione (presa supina e prona)



## Panca Scott



## Flessione ed estensione del gomito

- La **flessione** porta l'avambraccio in avanti

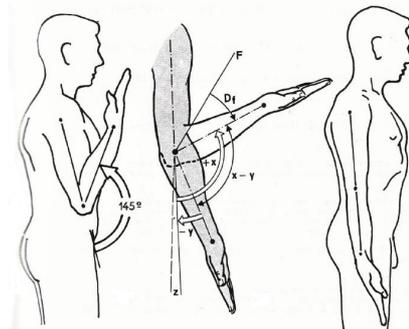
- La flessione attiva è di 145°
- La flessione passiva è di 160°

- Muscoli motori della flessione Principali:

- Bicipite brachiale formato dal CAPO LUNGO e dal CAPO BREVE
- Brachiale anteriore, è un muscolo monoarticolare e contraendosi provoca solo la flessione del gomito
- Brachioradiale

- L'**estensione** porta indietro l'avambraccio

- La posizione di riferimento corrisponde all'estensione completa
- Nelle donne e nei bambini può arrivare fino a -5°/-10°



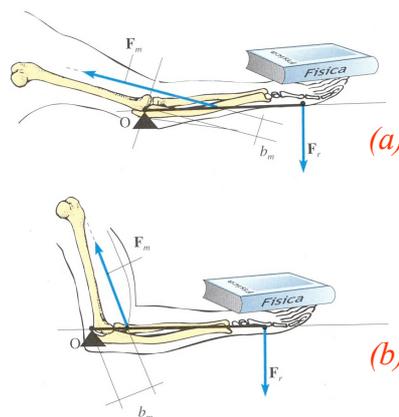
## Flessione ed estensione del gomito

- Nel loro insieme i flessori prevalgono sugli estensori.
- La forza di flessione varia in base alla posizione di pronosupinazione poiché il bicipite è in maggiore tensione in posizione supina.
- Il rapporto tra queste due forze è di 5:3
- (forza in pronazione/forza in supinazione)



## Leva di 3° tipo

- Dalla figura si può notare quanto sia più faticoso tenere sollevati dei pesi quando il braccio è disteso di quanto non lo sia quando il braccio è raccolto vicino al tronco.
- Gli sforzi muscolari sono inversamente proporzionali ai rispettivi bracci, e poiché il braccio  $b_m$  nel caso superiore (a) è molto più piccolo del braccio  $b_m$  del caso inferiore (b), ne consegue che lo sforzo muscolare richiesto per sollevare un peso nella posizione superiore è maggiore dello sforzo necessario nella posizione raccolta sottostante.



## Leva di 3° tipo

- la forza motrice è fornita dal bicipite brachiale

$$\vec{M}_r^{est} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = 0$$

$$F_{m(a)} b_{m(a)} - F_r b_r = 0$$

$$F_{m(b)} b_{m(b)} - F_r b_r = 0$$

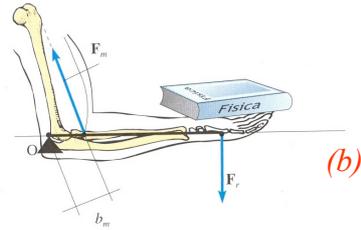
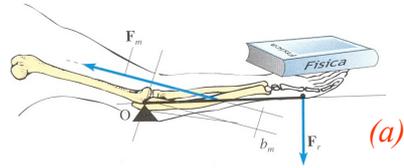
- da cui

$$\frac{F_{m(a)}}{F_{m(b)}} = \frac{b_{m(b)}}{b_{m(a)}}$$

$$F_{m(a)} = \frac{b_{m(b)}}{b_{m(a)}} F_{m(b)}$$

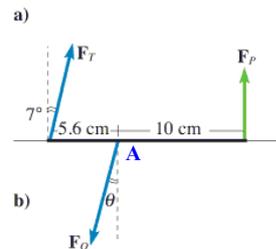
- dove

$$b_{m(b)} > b_{m(a)}$$



## Equilibrio del piede in sollevamento

- Consideriamo un soggetto in equilibrio su un singolo piede quando sta alzando il calcagno.
- Vogliamo calcolare la forza applicata dal tendine d'Achille sul calcagno quando il peso del corpo grava sulla pianta del piede.
- Ipotesi: il piede si comporta come un corpo rigido.



## Equilibrio del piede in sollevamento

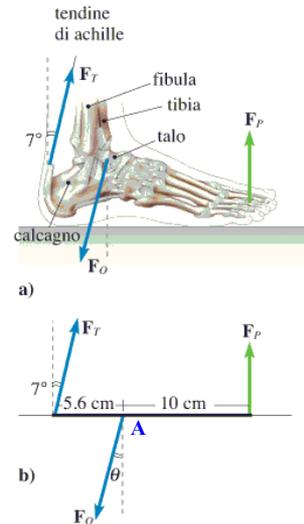
- Forze agenti:
  - $F_T$ : forza motrice esercitata dal tendine sul calcagno
  - $F_p$ : forza vincolare del suolo sulla pianta del piede (*Principio di Azione e Reazione*), causata dalla forza peso del corpo ( $mg$ )
  - $F_\theta$ : forza esercitata dalle ossa della gamba (tibia e fibula)

### Equilibrio per traslazione:

$$\begin{aligned} [x] \quad & F_T \sin(7^\circ) - F_0 \sin \theta = 0 \\ [y] \quad & F_T \cos(7^\circ) + F_p - F_0 \cos \theta = 0 \end{aligned}$$

### Equilibrio per rotazione (rispetto al punto A):

$$\begin{aligned} \vec{M}_T^{est} = 0 \rightarrow \quad & F_p b_p - F_T \cos(7^\circ) b_T = 0 \\ & F_p (10 \text{ cm}) - F_T \cos(7^\circ) (5.6 \text{ cm}) = 0 \\ & F_T = 1.8 F_p \end{aligned}$$



## Equilibrio del piede in sollevamento

- Introducendo il valore

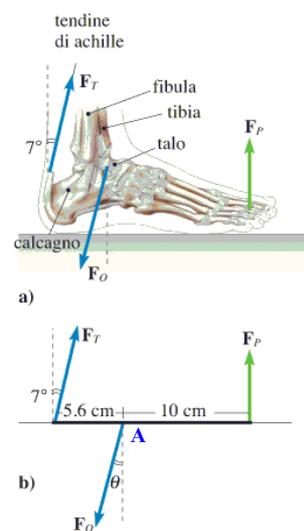
$$F_T = 1.8 F_p$$

- nelle relazioni per l'equilibrio traslazionale, si ottiene

$$\begin{aligned} F_0 &= 2.8 F_p \\ \tan \theta &= 0.079 \rightarrow \theta = 4.5^\circ \end{aligned}$$

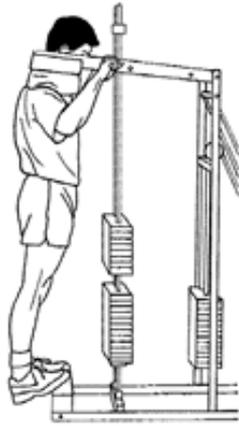
- Conclusioni:

- la forza motrice  $F_T$  esercitata dal tendine sul calcagno è circa 2 volte la forza peso  $F_p$ ,
  - la forza  $F_\theta$  esercitata dalla gamba sul tallone è quasi 3 volte la forza peso  $F_p$  del corpo.
- Il tendine di Achille è, quindi, sottoposto a sforzi rilevanti.

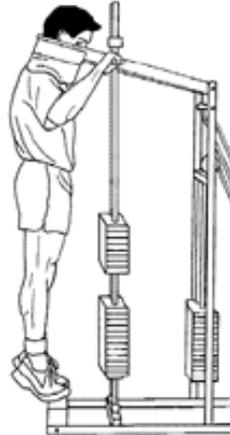


## Equilibrio del piede in sollevamento

Start position



Action

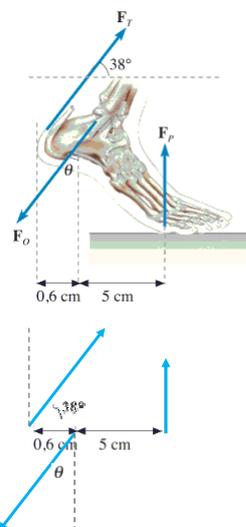


*leva di 2° tipo*



## Equilibrio del piede in posizione accovacciata

- Consideriamo un soggetto accovacciato.
- Vogliamo calcolare la forza applicata dal tendine d'Achille sul calcagno quando il peso del corpo grava sulla punta del piede.
- Ipotesi: il piede si comporta come un corpo rigido.



## Equilibrio del piede in posizione accovacciata

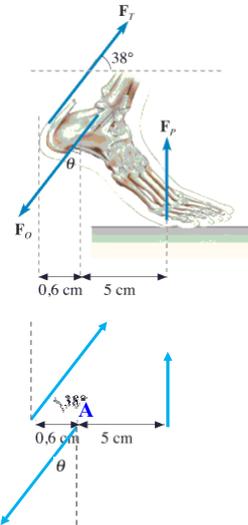
- Forze agenti:
  - $F_T$ : forza motrice esercitata dal tendine sul calcagno
  - $F_p$ : forza vincolare del suolo sulla pianta del piede (*Principio di Azione e Reazione*), causata dalla forza peso del corpo ( $mg$ )
  - $F_0$ : forza esercitata dalle ossa della gamba (tibia e fibula)

- Equilibrio per traslazione:

$$\begin{aligned} [x] \quad & F_T \cos(38^\circ) - F_0 \sin \theta = 0 \\ [y] \quad & F_T \sin(38^\circ) + F_p - F_0 \cos \theta = 0 \end{aligned}$$

- Equilibrio per rotazione (rispetto al punto A):

$$\begin{aligned} \vec{M}_T^{est} = 0 \rightarrow \quad & F_p b_p - F_T \sin(38^\circ) b_T = 0 \\ & F_p (5 \text{ cm}) - F_T \sin(38^\circ) (0.6 \text{ cm}) = 0 \\ & F_T = 13.54 F_p \end{aligned}$$



## Equilibrio del piede in posizione accovacciata

- Introducendo il valore

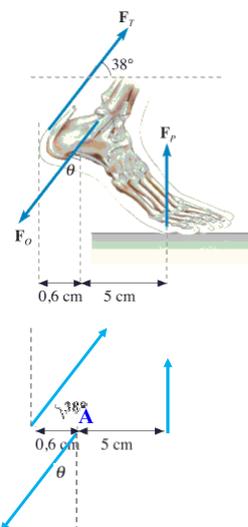
$$F_T = 13.54 F_p$$

- nelle relazioni per l'equilibrio traslazionale, si ottiene

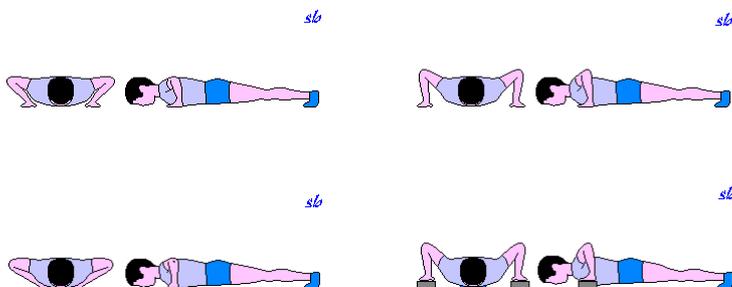
$$\begin{aligned} F_0 &= 14.17 F_p \\ \tan \theta &= 1.14 \rightarrow \theta \approx 48^\circ \end{aligned}$$

- Conclusioni:

- la  $F_T$ : forza motrice esercitata dal tendine sul calcagno è circa 14 volte la forza peso  $F_p$ ,
  - la forza esercitata dalla gamba sul tallone è quasi 14 volte la forza peso  $F_p$  del corpo.
- Il tendine di Achille è, quindi, sottoposto a sforzi rilevanti.

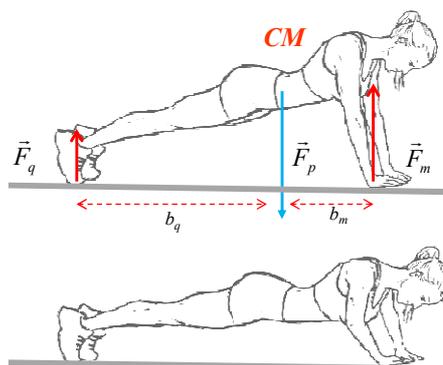


## Flessioni sulle braccia



## Flessioni sulle braccia (push up)

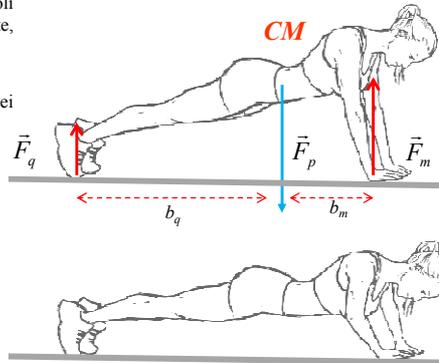
- Una persona di 70 kg esegue delle flessioni sulle braccia. Valutare le forze esercitate sulle mani e sui piedi.



## Flessioni sulle braccia (push up)

- Forze agenti:
  - $F_m$ : forza motrice esercitata dai muscoli interessati (tricipite brachiale, bicipite, anconeo, pettorali, *addominali*)
  - $F_p$ : forza peso del corpo ( $mg$ )
  - $F_q$ : forza vincolare esercitata dalle punta dei piedi (Principio di azione e reazione)

$$F_p = mg = 70\text{kg} \times 9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 700\text{N}$$



- Equilibrio per traslazione:

$$\vec{F}_q + \vec{F}_m + \vec{F}_p = 0$$

$$F_q + F_m = F_p = 700\text{N}$$

- Equilibrio per rotazione (rispetto al punto A):

$$\vec{M}_T^{est} = 0 \rightarrow \vec{M}_{F_q} + \vec{M}_{F_m} + \vec{M}_{F_p} = 0$$

$$F_q b_q - F_m b_m = 0$$

$$F_q (100\text{cm}) - F_m (60\text{cm}) = 0$$



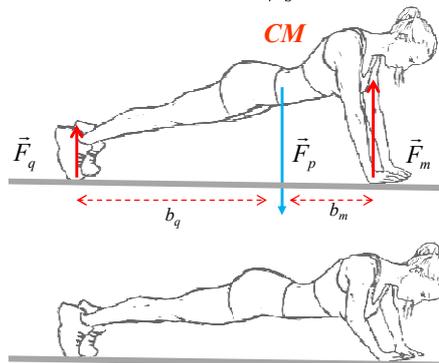
## Flessioni sulle braccia (push up)

- Risolvendo numericamente

$$\vec{F}_m \approx 437\text{N}$$

$$F_q \approx 263\text{N}$$

$$F_p = mg = 70\text{kg} \times 9.8\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 700\text{N}$$



## Equilibrio tronco-vertebrale

- Consideriamo una persona di 60 Kg in posizione eretta.
- Il baricentro (centro di massa) è posto in genere al centro del ventre, in posizione leggermente anteriore rispetto alla spina dorsale.
- Il tronco, poggia sulla spina dorsale (perno sulla 7° vertebra).
- Si può pensare, quindi, ad una leva di 1° tipo.



## Equilibrio tronco-vertebrale

- Forze agenti:
  - $F_m$ : forza motrice esercitata dai muscoli dorsali
  - $F_p$ : forza peso del tronco ( $mg$ )
  - $F_q$ : forza vincolare sul fulcro
- Equilibrio per traslazione:

$$\vec{R} = \vec{F}_m + \vec{F}_p$$

- Equilibrio per rotazione (rispetto al fulcro):

$$\vec{M}_R^{est} = 0 \rightarrow \vec{M}_{F_m} + \vec{M}_{F_p} = 0$$

$$F_m b_m - F_p b_p = 0$$

- numericamente

$$F_m = \frac{a}{b} F_p = 60 \frac{8}{4} \text{ kg}_{\text{peso}} = 120 \text{ kg}_{\text{peso}} = 1200 \text{ newton}$$

$$R = 120 \text{ kg}_{\text{peso}} + 60 \text{ kg}_{\text{peso}} = 180 \text{ kg}_{\text{peso}} = 1800 \text{ newton.}$$



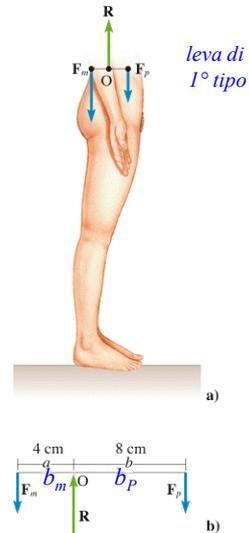
## Equilibrio tronco-vertebrale

$$F_p = 60\text{kg} \times 9.8\text{m/s}^2 \approx 600\text{N}$$

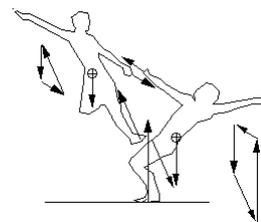
$$F_m = 1200\text{N}$$

$$R = 1800\text{N}$$

- Considerazioni:
  - La forza motrice dei muscoli dorsali è tanto minore quanto più il baricentro è allineato verticalmente con la spina dorsale
  - Lo sforzo  $R$  è tanto minore quanto più il baricentro è allineato verticalmente con la spina dorsale.
- In caso di obesità, il baricentro (centro di massa) è spostato in avanti e l'equilibrio è più difficile.



## Equilibrio tronco-vertebrale

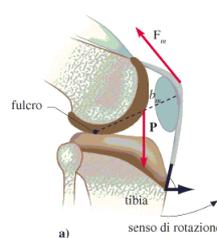


## Leva di 3° tipo - ginocchio

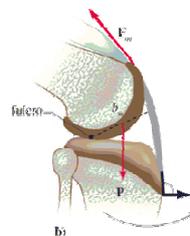


## Leva di 3° tipo: ginocchio

- L'articolazione del ginocchio può essere rappresentata da una leva del 3° tipo.
- La rotula distanzia il punto di applicazione della forza del muscolo quadricipite  $F_m$  dal fulcro aumentando il braccio  $b_m$ .
- La presenza della rotula comporta un maggiore guadagno e quindi la forza espressa dal muscolo quadricipite per sollevare il piede risulta minore.



*ginocchio  
con rotula*



*ginocchio  
senza rotula*



## Leva di 3° tipo - mandibola

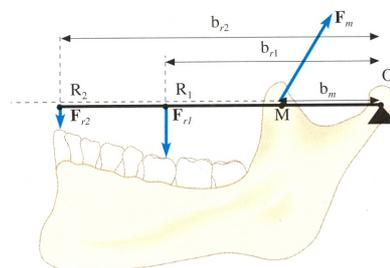


## Articolazione della mandibole (3° tipo)

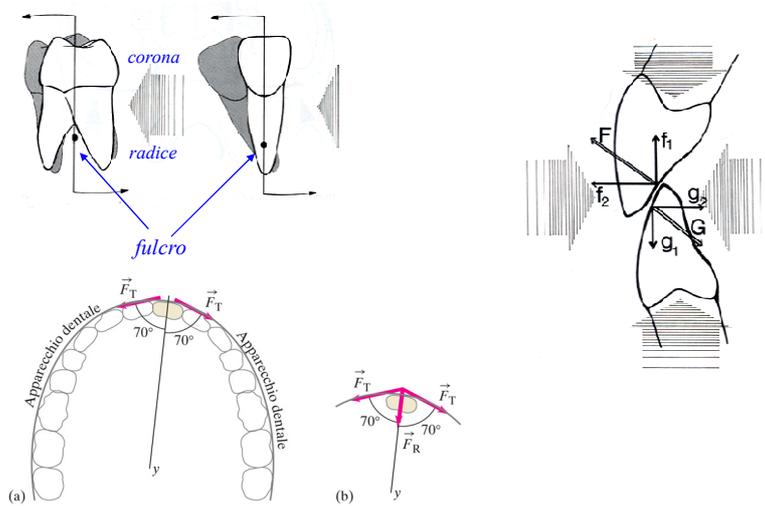
- A parità di forza motrice, il guadagno di questa leva è maggiore in corrispondenza dei denti posteriori rispetto a quelli anteriori, essendo  $b_{r2} > b_{r1}$
- forza esercitata in corrispondenza dei molari è maggiore rispetto a quella esercitata dagli incisivi e dai canini:

$$F_{r1} > F_{r2}$$

- Ciò è funzionale alla masticazione e comporta un diverso uso dei denti nella masticazione stessa.
  - Infatti, la forza necessaria ai canini ed agli incisivi per afferrare, lacerare o tagliare i cibi è inferiore a quella che i molari devono esercitare per rompere e tritare.



## ortodonsia



## Tensione del deltoide



## Tensione del deltoide

- Equilibrio rotazionale:

$$F_{sy}(8cm) - F_g(29cm - 8cm) = 0$$

- da cui:

$$F_{sy} = 2.63F_g$$

- Equilibrio traslazionale:

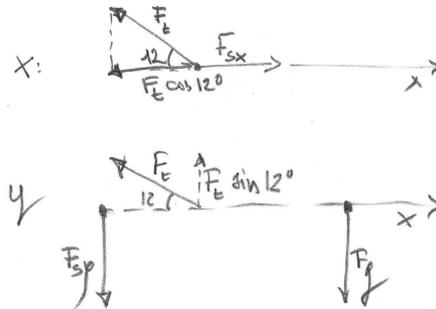
$$x: F_{sx} - F_m \cos 18^\circ = 0$$

$$y: -F_{sy} - F_g + F_m \sin 18^\circ = 0$$

- Sostituendo  $F_{sy}$

$$F_m = \frac{2.63F_g}{\sin 12^\circ} = 12.57F_g \approx 200N$$

$$F_{sx} = 12.57F_g \cos 12^\circ = 12.30F_g = 510N$$



$$\begin{aligned} \sin 12^\circ &= 0.2079 \\ \cos 12^\circ &= 0.9782 \end{aligned}$$



## Tensione del deltoide

- Il vettore  $F_s$  (forza esercitata dalla spalla sull'omero) di reazione vincolare che agisce sull'articolazione nel corso del sollevamento del braccio a causa del muscolo deltoide, ha le seguenti caratteristiche:

$$F_s = \sqrt{F_{sx}^2 + F_{sy}^2} = \sqrt{(2.63F_g)^2 + (12.30F_g)^2} = 12.58F_g$$

$$\theta = \arctg \frac{F_{sx}}{F_{sy}} = \dots\dots\dots$$

- Il guadagno del muscolo nel sollevamento del braccio è

$$G = \frac{F_g}{F_s \sin \theta} = \frac{F_g}{2.63F_g} = \frac{8cm}{29cm} = 0.28$$

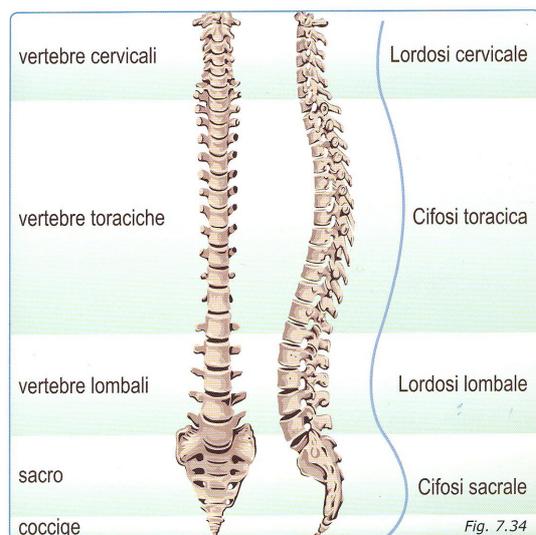


# Colonna vertebrale



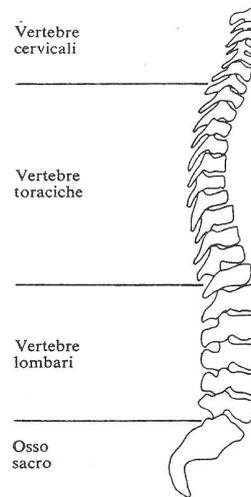
## Vertebre e loro articolazioni

- La colonna vertebrale è composta di 32-34 vertebre:
- 7 cervicali
- 12 toraciche
- 5 lombari
- 5 sacrali
- 3 o 5 coccigee
  - nell'uomo adulto le sacrali e coccigee si saldano tra di loro formando il sacro e il coccige



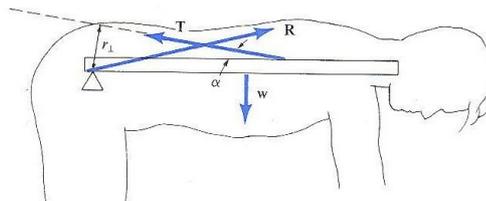
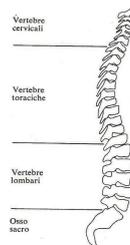
## Colonna vertebrale

- La colonna vertebrale dell'uomo è composta di **24 vertebre separate** da dischi pieni di liquido.
- Quando una persona si piega, la spina dorsale è effettivamente una leva con un *guadagno meccanico* molto piccolo. Di conseguenza, un piegamento completo per raccogliere un oggetto, anche leggero, produce una forza molto intensa sul disco lombosacrale, che separa l'ultima vertebra dall'osso sacro, l'osso che sostiene la spina dorsale
- Se indebolito, questo disco può rompersi o deformarsi, provocando una pressione sui vicini nervi e un dolore molto forte.



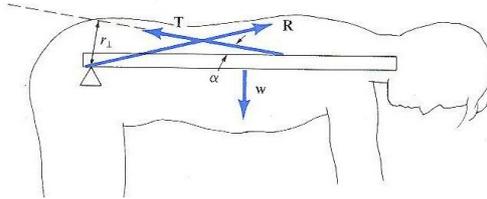
## Colonna vertebrale

- Per capire perché questa forza è così grande, si ricorre ad un modello in cui la spina dorsale viene trattata come un'asta incernierata. Il fulcro corrisponde all'osso sacro ed esercita una forza  **$R$** .
- I vari muscoli della schiena sono equivalenti ad un unico muscolo che produce una forza motrice  **$T$** , come rappresentato in figura. Quando la schiena è orizzontale, l'angolo  $\alpha$  vale circa  $12^\circ$ .  **$W$**  è la forza di gravità del tronco (peso del tronco, della testa e delle braccia), e corrisponde a circa il 65 % della massa totale del corpo umano.



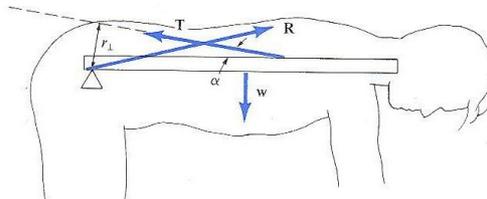
## Colonna vertebrale

- Notare che, poiché  $\alpha$  è piccolo, la retta d'azione della forza motrice  $T$  passa vicino al fulcro, per cui il suo braccio di leva  $r_1$  è piccolo. Invece, il peso  $W$  è perpendicolare alla spina dorsale e il braccio di leva è molto più lungo. Di conseguenza, perché i momenti si equilibrino, la forza muscolare  $T$  deve essere molto più grande della forza peso. Poiché  $T$  è grande, anche la sua componente orizzontale è grande. All'equilibrio, la forza  $R$  dovuta all'osso sacro deve avere una componente orizzontale uguale ed opposta, per cui anche questa forza esercitata dall'osso sacro è molto più grande del peso.
- Se questo calcolo Viene fatto in modo particolareggiato, i numeri che si ottengono sono grandi in modo impressionante.
- Per un uomo con una massa di circa 75 kg (corrispondenti a 735 N),  $T$  e  $R$  sono ciascuna uguale a circa 2156 N.



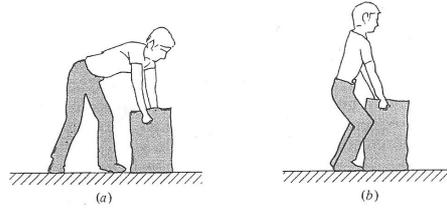
## Colonna vertebrale

- Se l'uomo della figura solleva anche un bambino con massa di 15 kg (147 N), per cui all'estremità destra della sbarra rappresentata in figura si deve applicare una massa ulteriore di 15 kg,  $T$  e  $R$  diventano ognuna quasi 3200 N. Tali forze nei muscoli e sul disco sono potenzialmente molto rischiose.



## Colonna vertebrale

- Poiché piegandosi completamente anche senza sollevare un carico si fa un grande sforzo sulla spina dorsale, ciò dovrebbe essere evitato.
- Se, invece, si flettono le ginocchia lasciando il dorso verticale, allora i centri di gravità di tutti i pesi cadono quasi perfettamente sopra l'osso sacro.
- Di conseguenza, i loro momenti rispetto all'osso sacro sono piccoli e i muscoli non esercitano una grande forza.
- La forza che si esercita sul disco si riduce approssimativamente al peso sostenuto. Per un uomo con massa di 75 kg, questa forza diventa circa 470 N per il solo corpo e 640 N con il carico ulteriore di 15 kg. Questo è quindi un modo molto più sicuro per sollevare anche un oggetto leggero.



Maniera (a) scorretta e (b) corretta di sollevare un peso.



## Legge di Hooke applicata alle fratture ossee



## Elasticità e Legge empirica di Hooke

- Per i corpi elastici vale la Legge di Hooke che, nel caso di allungamento di un corpo, è:

$$\frac{|\vec{F}|}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

*sforzo (stress)*
*stiramento*

*modulo di elasticità di Young*

- $F$ : forza applicata
- $A$ : area della sezione del corpo
- $l$ : lunghezza del corpo
- $\Delta l$ : allungamento del corpo
- $E$ : modulo di elasticità di Young



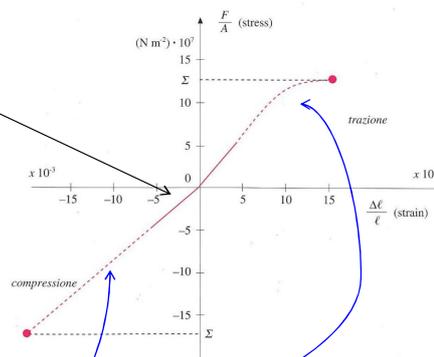
## Legge di Hooke applicata a fratture ossee

- La legge di Hooke

$$\frac{|\vec{F}|}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$$

- è rappresentata nel piano sforzo-deformazioni per le ossa umane.
- Essa è valida solo per piccoli sforzi (linee rosse)
- Il modulo di Young in trazione è circa la metà di quello in compressione come si può notare dalla differente forma delle due linee tratteggiate.

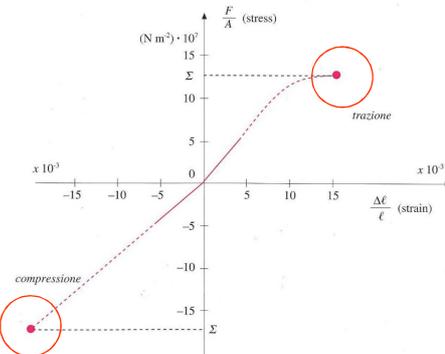
*Relazione tra Sforzo e Stiramento*



## Legge di Hooke applicata a fratture ossee

- Le ossa sono più deformabili elasticamente in compressione di quanto non lo siano in trazione, in accordo con le esigenze fisiologiche cui di norma sono sottoposte.
- I punti rossi rappresentano la rottura del materiale, che avviene per uno stiramento dell'1.5 %, cui corrisponde uno sforzo chiamato sforzo terminale  $\Sigma$  (tensile o compressivo).

Relazione tra Sforzo e Stiramento



## Frattura delle ossa

- Sottoposte a sforzi eccessivi le ossa si fratturano per compressione o per trazione.
- La descrizione del fenomeno per le ossa in generale è assai complessa, dipendendo soprattutto dalla geometria dell'osso e dalla sua costituzione materiale. Nel caso delle ossa lunghe la geometria più semplice permette una descrizione semplificata del fenomeno poiché esso si verifica con la combinazione di due diverse modalità: la flessione e la torsione.
- In entrambi i casi l'allungamento effettivo della struttura è la causa della frattura, ma gli stati di equilibrio interno che si verificano con la flessione o con la torsione comportano diverse tipologie di frattura.
- Nei paragrafi successivi vengono trattate separatamente le due modalità di frattura: si tenga presente che le fratture reali sono sempre determinate da una loro combinazione.



## Sforzo compressivo nella caduta

- Consideriamo una persona, con una massa corporea di **80 kg**, che effettui un salto dall'altezza di **1 metro** verso il suolo e cada rigidamente su una gamba. Al momento di toccare il suolo la velocità del corpo è di **4.4÷4.5 ms<sup>-1</sup>** e se l'imbottitura della scarpa e il tessuto molle sotto il piede vengono schiacciati di **1 cm**, il corpo si arresta in circa **Δt=0.005 s**.



## Sforzo compressivo nella caduta

Valutiamo la forza che si esercita sulla gamba.

- La variazione della quantità di moto risulta essere:

$$\begin{aligned}\Delta p &= \Delta(mv) = (80 \text{ kg})(4.5 \text{ ms}^{-1}) - (80 \text{ kg})(0.0 \text{ ms}^{-1}) \\ \Delta p &= 360 \text{ kgms}^{-1}\end{aligned}$$

- La forza esercitata sulla gamba (supposta rigida) risulta essere data dalla relazione:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{360 \text{ kgms}^{-1}}{0.005 \text{ s}} = 7.20 \times 10^4 \text{ N} = 7200 \text{ kg}_{\text{PESO}}$$

- che è **quasi 100 volte la forza peso** del corpo!!



## Sforzo compressivo nella caduta

- La tibia, che ha una sezione di circa  $3.3 \text{ cm}^2$ , sarà sottoposta ad uno sforzo compressivo pari a:

$$\sigma = \frac{7.2 \times 10^4 \text{ N}}{3.3 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 2.18 \cdot 10^8 \text{ Nm}^{-2}$$

- vicino al valore terminale  $\Sigma_{TIBIA}$  che è di circa  $2.13 \cdot 10^8 \text{ N m}^{-2}$ , per cui è molto probabile che la tibia si rompa.
- *Se la caduta avviene su un [materassino da ginnastica](#), la decelerazione sarà più lenta e se la persona reagisce normalmente alla caduta, tocca il suolo prima con le punta dei piedi, poi piega le ginocchia e decelera in un tempo assai più lungo, diminuendo alquanto lo sforzo compressivo dovuto all'atterraggio.*



## Contrazione muscolare

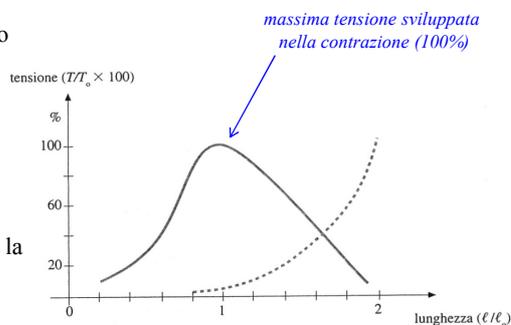
- Un muscolo può essere considerato una macchina che trasforma direttamente [energia potenziale chimica](#) in [lavoro meccanico](#). Parte dell'energia chimica tuttavia viene persa sotto forma di calore, per cui il rendimento del muscolo come macchina è inferiore al 100%.
- 
- Il muscolo, quando viene stimolato, può dare luogo a due distinti tipi di contrazione:
  - **Contrazione isometrica ( $L=0$ )**
    - il muscolo sviluppa una forza (detta *tensione T*) che può equilibrare una forza esterna, ma non si accorcia o si allunga e quindi non compie lavoro esterno. Il dispendio di energia sotto forma di calore prodotto dal tessuto muscolare.
  - **Contrazione isotonica ( $L \neq 0$ )**
    - il muscolo contraendosi si accorcia o si allunga contro una forza esterna, compiendo così lavoro.



## Contrazione muscolare

### Contrazione isometrica

- la contrattilità del muscolo può essere rappresentata da un grafico (derivato sperimentalmente) tensione-lunghezza.
- La curva a tratto continuo rappresenta la *tensione attiva* sviluppata nella contrazione isometrica,
- La curva tratteggiata rappresenta la *tensione elastica* (o *passiva*) del muscolo, che per piccole deformazioni è descritta dalla legge di Hooke .



## Contrazione muscolare

### Contrazione isometrica

- Se un muscolo viene fatto contrarre contro una forza (carico) esterna, esso si accorcia di un tratto  $\Delta l$  che dipende dall'entità del carico esterno.
- Se il carico esterno ha il valore massimo  $F_m$  corrispondente alla massima tensione isotonica  $T_o$  che il muscolo può sviluppare, l'accorciamento è nullo;
- se viceversa il carico è nullo, l'accorciamento sarà massimo  $\Delta l = \Delta l_o$  compatibile con i vincoli imposti al muscolo dalle articolazioni.

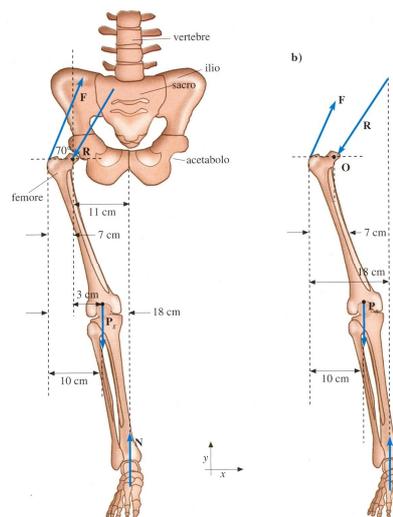


# Meccanica della locomozione



# Meccanica della locomozione

- La deambulazione in posizione eretta dell'uomo consiste nel trasferire alternativamente l'equilibrio da un piede all'altro.
- L'equilibrio su un solo piede si svolge nelle tre dimensioni e quindi, nell'applicare le condizioni di equilibrio, si dovrebbero considerare anche le componenti delle forze lungo la direzione di moto  $z$ , ortogonale al piano della figura.



## Meccanica della locomozione

- Occorre anche considerare:
  - 1) le forze d'attrito con il suolo,
  - 2) la spinta della flessione plantare prima che si sollevi la punta del piede
  - 3) la variazione della quantità di moto del corpo, quando si posa il tallone.



## Meccanica della locomozione

- Si ricorderà che esistono due tipi di forze d'attrito.
  - *forza di attrito statico*

$$F = \mu_s |\vec{F}_N| \quad (\vec{F}_N = \vec{N} \text{ nelle figure})$$

- *forza di attrito dinamico* (o cinetico):

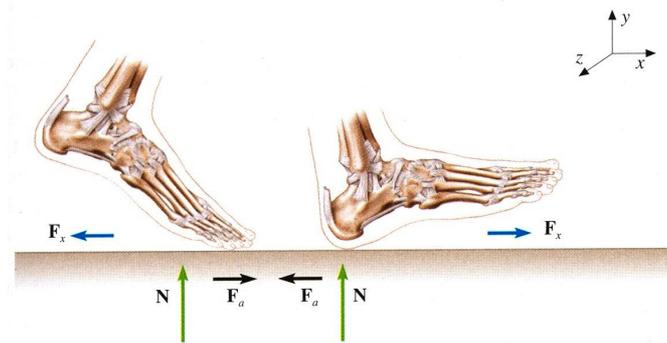
$$F = \mu_d |\vec{F}_N| \quad (\vec{F}_N = \vec{N} \text{ nelle figure})$$

- In entrambe i casi, per provocare il moto o per mantenerlo, è necessario che il modulo della forza agente  $F$  sia superiore alla forza d'attrito.



## Deambulazione

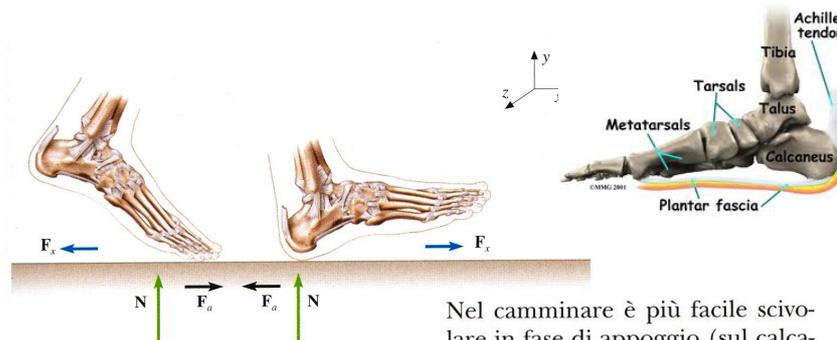
Nel caso dell'appoggio del tallone, la forza orizzontale (agente sul piede nella direzione di moto), è circa il 15 % del peso corporeo: affinché il piede possa appoggiare e non scivolare, è indispensabile che la forza di attrito del suolo sia superiore alla forza agente.



Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

186

## Deambulazione



Nel camminare è più facile scivolare in fase di appoggio (sul calcagno), essendo  $F_x \approx 20\%$  della forza peso del corpo, che in fase di sollevamento (sull'avanpiede) quando  $F_x \approx 15\%$  della forza peso del corpo. Il vettore  $\mathbf{N}$  rappresenta la reazione vincolare del suolo alla forza peso del corpo.

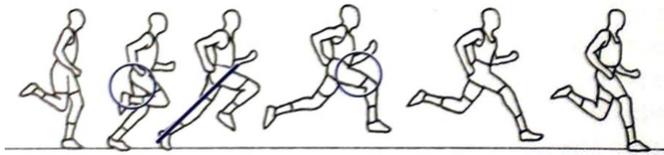


Elementi di Fisica e Biomeccanica  
A.A. 2015-2016 - Prof. Nicola Cavallo

187

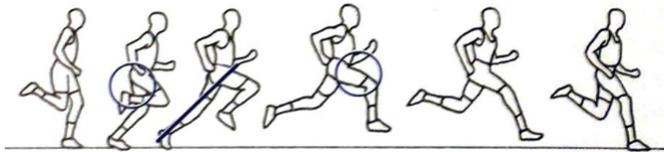
## Deambulazione

- Un altro aspetto della deambulazione riguarda la corsa. In generale la deambulazione, riferendosi al moto di una gamba, consiste nella sua oscillazione avanti e indietro rispetto al punto di rotazione dell'articolazione dell'anca.
- Terminato il passo, la gamba arretrata viene portata in avanti, iniziando così il passo successivo.
- A questo scopo il moto all'indietro deve essere frenato dai muscoli e l'energia cinetica della gamba essere azzerata, per poi assumere valori crescenti con l'accelerazione della gamba in avanti. In questa fase l'arto viene nuovamente posto in moto rotatorio e il muscolo compie il lavoro che si trasforma in energia cinetica di rotazione accelerando l'arto.

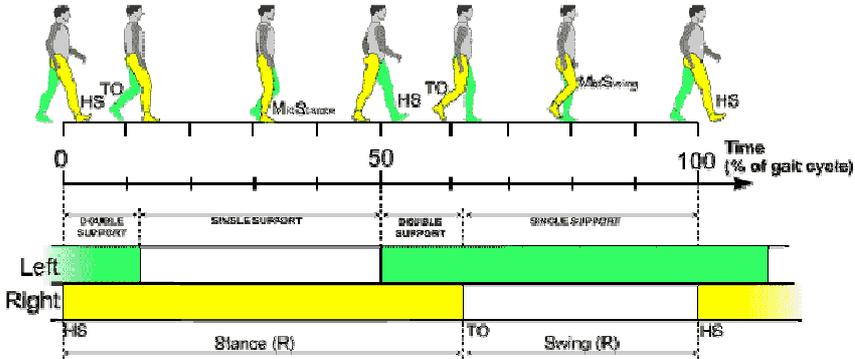


## Deambulazione

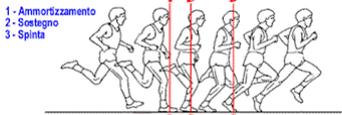
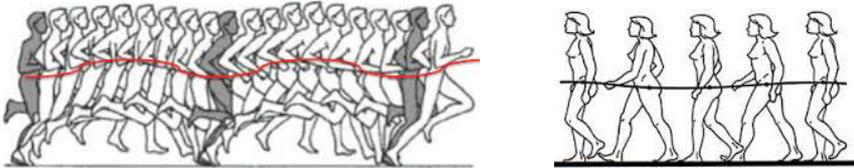
- Per ridurre al minimo questo lavoro, specialmente nella corsa, la gamba viene portata in avanti flessa, in modo che il momento d'inerzia sia minore (essendo minore la distanza dal punto di rotazione). Nel caso di animali che corrono veloci e per lunghi tratti (cavalli, antilopi, cervi), l'attaccatura della massa muscolare necessaria al movimento delle gambe si trova in prossimità del punto di rotazione, per ridurre così ulteriormente il momento d'inerzia e quindi il lavoro necessario per accelerare e frenare l'azione delle gambe.



# Gait cycle



# Gait cycle



STANCE PHASE					SWING PHASE			
HEEL STRIKE	FOOT FLAT	HEEL RISE	PUSH-OFF	TOE OFF	ACCELERATION	TOE CLEARANCE	DECELERATION	HEEL STRIKE
0%	16%	30%	45%	60%	78%	85%	95%	100%

