

# *Ripensare la fisica per l'insegnamento*

Corso di Didattica della Fisica (mod. 1)  
TFA - A.A. 2012-2013



## Sommario

- Ripensare la Fisica per l'insegnamento
  - Rapporto fra insegnamento e apprendimento
  - Inquadramento epistemologico
  - La formalizzazione
  - La formalizzazione in matematica e in fisica
    - La relazione fra grandezze,  $y=f(x)$
    - Ciò che interessa di una funzione
    - Derivata e rapporto incrementale
    - La rappresentazione grafica
    - Significato di “misura” e sua rappresentazione
  - Che cosa è una mappa concettuale e come si costruisce
  - Il metodo di indagine scientifica
  - Il linguaggio scientifico
  - Esercizio



## Rapporto tra insegnamento ed apprendimento

Al **ricercatore** (universitario) interessa:

- Imparare  *cose nuove*
- Collocare le proprie conoscenze nei propri schemi mentali (*teorie formali*)
- Dare alle conoscenze e agli elementi teorici simbolici una *consequenzialità logica*

Allo **studente** di scuola secondaria interessa:

- Imparare  *cose nuove*
- Collocare le proprie conoscenze nel proprio *contesto* e nei propri *schemi mentali (spontanei o indotti)*
- Capire le *cose della vita di tutti i giorni*

- Quindi:
  - aver chiari gli aspetti “*nuovi*” dell’argomento che si vuole presentare e cercare di suscitare l’interesse e la curiosità (“*attacco*”)
  - tenere conto del contesto (cose della vita di tutti i giorni, altre discipline, classe, ambiente sociale)
  - capire quali sono le conoscenze precedenti e gli schemi mentali (spontanei o indotti) dei ragazzi e tenerne conto
  - stabilire un aggancio stretto con i fenomeni della vita quotidiana



## Inquadramento epistemologico

Matematica

- Strutturata in modo logico-formale
- Oggetto = costruzione mentale
- Postulati = punti di partenza
- Riscontro = coerenza interna

Fisica

- Oggetto = mondo esterno
- Postulati su base “induttiva”, per tentativi ed errori
- Riscontro = confronto fra previsioni e dati sperimentali
- Strutturata in modo logico-formale

- Quindi:
  - riesaminare i grossi “**nodi concettuali**” della fisica in questa luce, individuando per ciascuno le basi sperimentali, le ipotesi, le verifiche sperimentali, il tipo di formalizzazione,
  - badare a che tutti e quattro gli elementi del quadro siano valorizzati con il giusto peso,
  - attenti a non “*appiattare*” la fisica sulla matematica,
  - attenti a usare la formalizzazione matematica nelle sue giuste potenzialità (quella che aiuta a capire anziché oscurare maggiormente i concetti fisici),
  - attenti a eventuali conflitti fra l’inquadramento epistemologico corretto e le rappresentazioni mentali degli studenti.



## Esempio: s, t, v, a in Matematica

- In matematica si tende ad “*appiattare*” la velocità sul concetto di derivata prima dello spazio rispetto al tempo, l'accelerazione sul concetto di derivata seconda, spazio e tempo diventano un punto nel diagramma cartesiano, il tempo poi, essendo l'ascissa del diagramma orario, diventa la variabile rispetto a cui si deriva.
- In fisica, e nell'intuizione spontanea del ragazzo,
  - lo **spazio** è la distanza percorsa durante il moto, non un “punto” (evitare di parlare di “punto” in fisica, a meno che ciò diventi essenziale perché si sta arrivando, ad esempio, al concetto di limite; così pure evitare di parlare di “punto materiale”)
  - il **tempo** è l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo,
  - la **velocità** è la grandezza che mi dice se, in un certo intervallo di tempo, ho percorso una distanza più o meno grande, oppure se ho percorso una certa distanza in un tempo più o meno breve (concetto di proporzionalità diretta o inversa, piuttosto che derivata),
  - l'**accelerazione** è la grandezza che esprime quanto rapidamente si riesce a cambiare la velocità, cioè in quanto tempo e quanto grande è il cambiamento (vedasi “Quattro ruote”): nuovamente è una questione di proporzionalità diretta o inversa più che di derivata seconda.



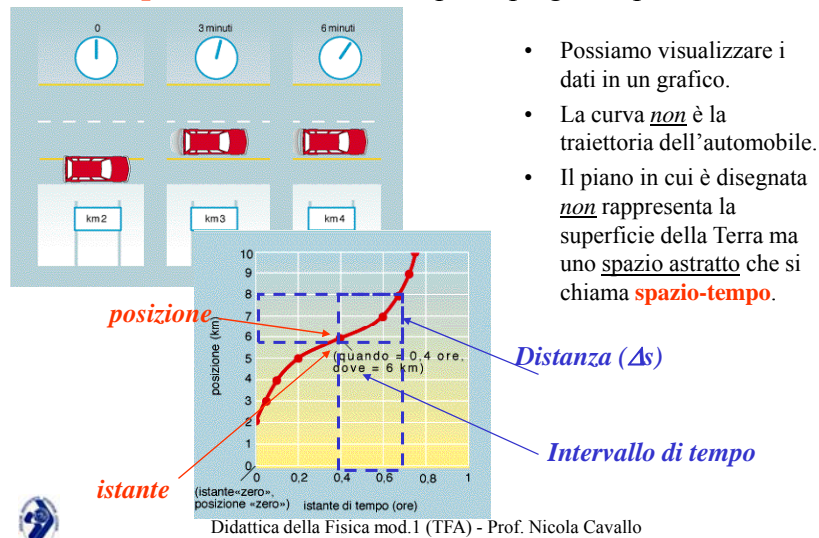
## Esempio: spazio

- lo **spazio** è la distanza percorsa durante il moto, non un “punto” (evitare di parlare di “*punto*” in fisica, a meno che ciò diventi essenziale perché si sta arrivando, ad esempio, al concetto di limite; così pure evitare di parlare di “*punto materiale*”)



## Esempio: tempo

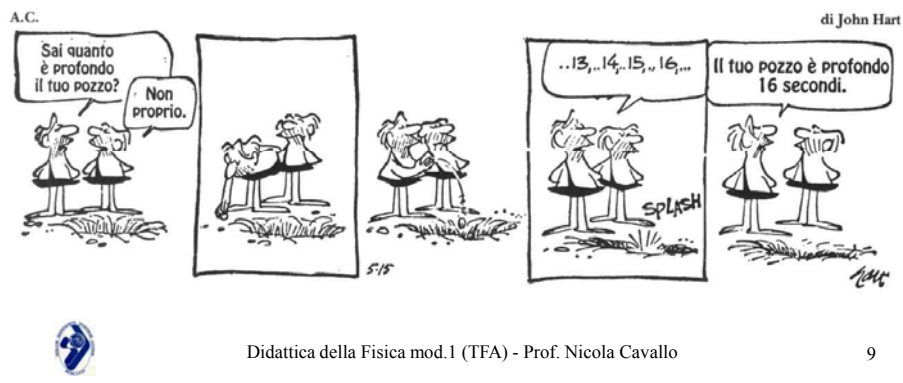
- il **tempo** è l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo



8

## Esempio: velocità

- la **velocità** è la grandezza che mi dice se, in un certo intervallo di tempo, ho percorso una distanza più o meno grande, oppure se ho percorso una certa distanza in un tempo più o meno breve (concetto di proporzionalità diretta o inversa, piuttosto che derivata).



9

## Esempio: velocità



Per gent. conc. di John Hart e Field Enterprises Inc.

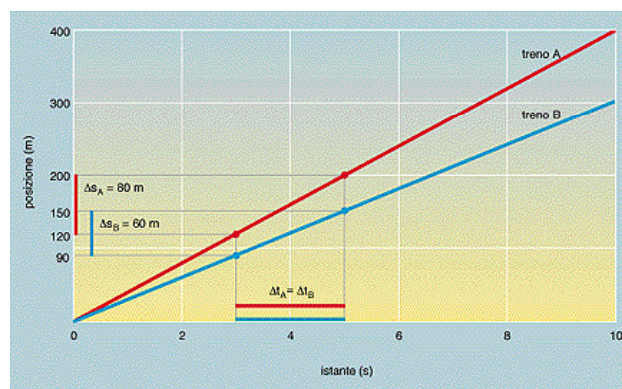
$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$h(t) = \frac{1}{2} g t^2$$

t [s]	g [m/s <sup>2</sup> ]	h [m]
0	9,8	0,00
1	9,8	4,90
2	9,8	19,60
3	9,8	44,10
4	9,8	78,40
5	9,8	122,50
6	9,8	176,40
7	9,8	240,10
8	9,8	313,60
9	9,8	396,90
10	9,8	490,00
11	9,8	592,90
12	9,8	705,60
13	9,8	828,10
14	9,8	960,40
15	9,8	1102,50
16	9,8	1254,40



## Esempio: velocità



$$\text{pendenza} = \text{coefficiente angolare della retta} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



## Esempio: accelerazione

- l'**accelerazione** è la grandezza che esprime quanto rapidamente si riesce a cambiare la velocità, cioè in quanto tempo e quanto grande è il cambiamento (vedasi “Quattro ruote”):
- nuovamente è una questione di proporzionalità diretta o inversa più che di derivata seconda.



## Difficoltà concettuali nelle relazioni (1)

- Le seguenti equazioni, così come comunemente presentate dai libri di testo, possono indurre notevoli difficoltà:

$$v = \frac{s}{t}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

$$d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$



## Difficoltà concettuali nelle relazioni (2)

$$v = \frac{s}{t}$$

(1)

$$a = \frac{v}{t}$$

(2)

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

(3)

$$d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

(4)

- Il simbolo  $t$  nelle equazioni (1) e (2) denota un intervallo arbitrario, mentre nella relazione (3) e (4) una lettura (istante) rispetto ad un istante prefissato (istante iniziale). È opportuno evitare la sinonimia dei simboli.
- Il simbolo  $d$  non denota, in (3) e (4) una distanza percorsa dal corpo, ma una funzione che può diventare un numero se assegno un valore a  $t$ . La distanza è determinata a partire da un'origine arbitraria.



## Difficoltà concettuali nelle relazioni (3)

$$v = \frac{s}{t}$$

(1)

$$a = \frac{v}{t}$$

(2)

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

(3)

$$d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

(4)

- Il concetto di accelerazione è difficile da comprendere se non si è fatto un lungo lavoro preparatorio su cosa significa una grandezza istantanea.
- È necessario distinguere i vocaboli “**posizione**”, “**cambio di posizione**”, “**distanza percorsa**” (spesso tutti vengono chiamati indistintamente “distanza”)



### Difficoltà concettuali nelle relazioni (3)

$$v = \frac{s}{t}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$d = \frac{1}{2}at^2$$

$$d = v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

(1)

(2)

(3)

(4)

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$d(t) - d(t_0) = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$d(t) - d(t_0) = \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$



### Eppure...

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v \stackrel{def}{=} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$$

$$v(t + \Delta t) - v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{t - t_0}$$

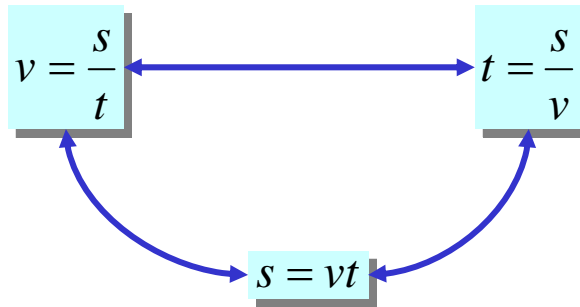
$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = x'(t)$$

$$a(t) = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = x''(t)$$





## Esercizi usuali



## “Istante” o “intervallo di tempo”



## Introduzione alle grandezze

- Un modo può essere quello di introdurre il concetto di grandezza istantanea a partire da “lettura dell’orologio” e “istante”. Si può introdurre il concetto di posizione istantanea facendo osservare con esperimenti poveri il moto di una macchinina e misurando le varie posizioni istantanee.
- Poi si può passare a definire cosa è un intervallo. Ci si può riferire al concetto di “istantanea” in fotografia per sottolineare gli aspetti di linguaggio che esprimono un concetto disciplinarmente corretto.



## Foto finish



## Km/h – mi/h



## Formalizzazione

- La formalizzazione è il passo centrale per riuscire a “*dare forma*” alle informazioni ed esperienze che ci vengono dall’osservazione di fenomeni che succedono.
- La formalizzazione può essere fatta a diversi livelli:
  - attraverso il **linguaggio** (descrizione del fenomeno con l’uso di parole appropriate);
    - Tali parole assumono via via significati più precisi e condivisi con gli altri (esigenza dettata dalla necessità di comunicare in modo non ambiguo);
    - nel linguaggio scientifico i termini usati sono legati a precisi concetti che hanno certi significati e non altri, definiti spesso in modo convenzionale perché considerati utili ed economici;
  - attraverso la **rappresentazione grafica** o **iconica**: esempio l’uso di simboli grafici, schemi, diagrammi, o anche semplici disegni;
  - attraverso l’**analisi delle correlazioni logiche e/o matematiche**;
  - con l’assunzione di **approssimazioni, ipotesi, postulati**;
  - attraverso **relazioni matematiche**.



## Il ruolo del linguaggio

- Le attività legate alla conoscenza si manifestano e si scambiano socialmente attraverso parole:
  - Uguali strutture linguistiche (uguale sintassi, uguale grammatica) danno forma ad ogni pensare, e costituiscono i fondamenti sia del **linguaggio comune** che del **linguaggio scientifico**.
- In un primo momento
  - è fondamentale impiegare **esperienze** e **linguaggi** che rendono espliciti e comunicabili i significati e le interpretazioni della realtà
- In un secondo momento
  - È necessario imparare a servirsi di **termini**, **relazioni** e **rappresentazioni** caratteristici del linguaggio (scientifico) disciplinare al fine di porre in evidenza le relazioni formalizzate che il pensiero scientifico sa cogliere nei fenomeni, sulla base dei vincoli semantici e sintattici che strutturano il linguaggio comune.



## Il linguaggio della Fisica

- Il linguaggio della fisica, è un linguaggio adatto e potente;
  - ma affinché gli studenti imparino a parlarlo, è necessario che essi sappiano anche esprimere in linguaggio comune le caratteristiche dei fatti e delle fenomenologie, cominciando col dare, in parole comuni, i nomi giusti alle variabili giuste e alle relazioni giuste.



## Il linguaggio della Fisica

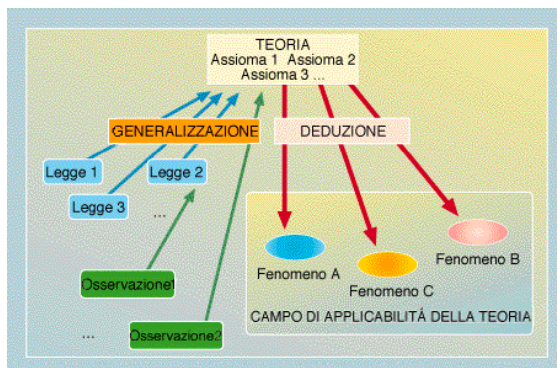
- Occorre molta attenzione all'importanza cognitiva delle descrizioni e delle rappresentazioni verbali e ciò implica una impostazione didattica “ad hoc” che deve essere avviata fin dalle scuole elementari.
- È risaputo che spesso il “*non saper parlare*” condiziona ed è condizionato da un “*non saper vedere*” aspetti degli stessi fatti concreti.
- Per esempio, davanti a un processo reale o sperimentale, il non saper dare un nome alle variabili, o il darne uno sbagliato, spesso corrisponde a un non saperle individuare: impedisce di vedere relazioni, devia il pensiero su reti di associazioni instabili o del tutto arbitrarie, attribuisce ruoli significativi a parole senza corrispondente effettivo, o viceversa.



- L'analisi delle correlazioni conduce a dare una struttura formale alla disciplina, attraverso la formulazione di leggi, modelli e teorie.
- Spesso c'è grande confusione fra:
  - **Legge**
  - **Teoria**
  - **Modello**



## Dalle osservazioni alla teoria



- Schema che mostra come, attraverso un processo di generalizzazione, si possa costruire una **teoria** a partire da **leggi** e **osservazioni**.
- Partendo dagli assiomi della teoria si possono derivare previsioni per lo svolgimento di fenomeni che siano nel campo di applicabilità della teoria.



## Legge

- la **legge** è una relazione fra grandezze fisiche, generalmente espressa sotto forma di equazione matematica, basata su regolarità riscontrate sperimentalmente.
- Si parla di semplice **legge empirica** se la legge non esprime nulla di fondamentale, al di là delle regolarità riscontrate sperimentalmente, spesso codificate nella legge con approssimazioni più o meno forti:
  - ad es. la **legge di Hook** che esprime la relazione di proporzionalità diretta tra forza elastica ed allungamento è l'approssimazione al primo ordine dello sviluppo in serie di una relazione complessa, che dipende in modo cruciale dalle proprietà elastiche del materiale, dalla forma geometrica dell'oggetto, etc..
- Molte leggi sono invece l'espressione di **relazioni fondamentali** fra grandezze fisiche e sono spesso accompagnate da forti ipotesi teoriche che sono una generalizzazione delle regolarità emerse dalle evidenze sperimentali:
  - ad esempio la **legge di Ohm**, che esprime la proporzionalità diretta fra differenza di potenziale elettrico e intensità di corrente elettrica,
  - oppure le **leggi di Keplero** sulle orbite dei pianeti o le leggi stesse della dinamica newtoniana;



## Teoria

- una teoria è molto più che una legge, è un **insieme di leggi**, fortemente legate fra di loro e legate a principi generali:
  - es. la teoria di Maxwell dell'elettromagnetismo classico,
  - la teoria della relatività, etc.



## Modello

- un modello è una descrizione di un fenomeno o di una fenomenologia, che parte da certe ipotesi e introduce delle **approssimazioni** o delle **semplificazioni**, con lo scopo di ottenere una migliore comprensione della fisica del fenomeno.
- Il modello porta a formulare certe **previsioni**, che possono poi essere sottoposte alla verifica sperimentale.
  - Ad esempio il **modello di Drude** sulla conduzione dell'elettricità nei metalli, che riconduce la legge di Ohm al moto di deriva degli elettroni del metallo in presenza di un campo elettrico, porta a formulare una precisa previsione sulla dipendenza dalla temperatura della resistenza elettrica nei metalli.
- Abituare l'allievo a modellizzare anche in modo euristico e guidato dall'intuizione spontanea è un aspetto importante dell'educazione scientifica, perché è alla base del metodo di indagine scientifica.



## Metodo dell'indagine scientifica

- La paternità del metodo di indagine scientifica, spesso chiamato impropriamente “metodo scientifico”, viene abitualmente attribuita a Galileo.
- In realtà, in embrione, il “**metodo di indagine scientifica**”, nei suoi elementi essenziali di osservare il fenomeno, individuare gli aspetti significativi, ipotizzare e modellizzare, è esistito da sempre.
  - Aristotele stesso è un filosofo naturale in questo senso (a differenza, ad esempio, di Platone), anche se le sue osservazioni erano quasi sempre solo qualitative, le sue ipotesi e quindi i suoi “modelli” spesso non erano verificabili (come si fa, ad esempio, a verificare se un oggetto cade perché la Terra è il suo luogo naturale?);
  - La deformazione del metodo aristotelico nel corso dei secoli, che lo fece diventare un metodo “non scientifico”, è largamente responsabilità dei suoi seguaci, che sostituirono il principio di autorità (ipse dixit) all'indagine diretta.



## Metodo dell'indagine scientifica

- Galileo introdusse tre elementi fondamentali:
  - 1) il ricorso a **misure quantitative controllate e controllabili**, eseguite con strumenti sviluppati ad hoc;
  - 2) la **modellizzazione in termini matematici** (“il libro della natura è scritto in linguaggio matematico”);
  - 3) la **descrizione del metodo di indagine** e la pubblicizzazione del medesimo (Galileo che mostra l'esperimento del piano inclinato a Giovanni dei Medici).
- Tipicamente il metodo di indagine scientifica consiste, con una semplificazione estrema, di quattro passaggi:
  - 1) **osservare** ed eventualmente **misurare** le grandezze rilevanti e le loro correlazioni in un fenomeno,
  - 2) **ipotizzare una relazione fra grandezze**, in modo più o meno complesso, e quindi formulare una legge, un modello o una teoria,
  - 3) sottoporre le ipotesi a **verifica sperimentale**,
  - 4) controllare la **validità del modello**, eventualmente modificarlo e ripartire dal punto 1) per sottoporre il modello così modificato a nuova verifica.





## Importanza della Matematica

- **La formulazione di modelli, leggi e teorie in linguaggio matematico è un aspetto assolutamente fondamentale in fisica**, che ha caratterizzato da sempre lo sviluppo delle conoscenze fisiche e in modo determinante da Newton in poi, con l'introduzione di metodi di analisi matematica.
- Coi numeri infatti le correlazioni fra grandezze fisiche diventano molto più chiare, ripetibili, sicure; sui numeri si può operare con operazioni matematiche, dai numeri si passa ai simboli e sui simboli si opera con operazioni algebriche e analitiche.



## Formalizzazione in matematica e in fisica

- Il diverso inquadramento epistemologico delle due discipline porta a differenze sostanziali nella formalizzazione, che vanno tenute ben presenti quando si usa la matematica per formalizzare un concetto fisico o una relazione fra grandezze fisiche.

*Vediamo alcuni esempi*



## La relazione fra grandezze, $y=f(x)$

- In **matematica** significa che posso esprimere la variabile  $y$  in funzione della variabile  $x$ , ma, nel dominio in cui  $f(x)$  ammette la funzione inversa  $g$ , posso ugualmente scrivere  $x=g(y)$
- In **fisica** la relazione significa che  $x$  è la variabile indipendente mentre  $y$  è la variabile dipendente, quindi, anche se esiste, la funzione  $g(y)$  può non avere significato fisico.
  - Esempio “la resistenza elettrica di un filo elettrico di sezione costante è direttamente proporzionale alla sua lunghezza”: posso variare la lunghezza e vedere che, di conseguenza varia la resistenza, ma non posso fare il viceversa!
- Nella rappresentazione grafica, normalmente la variabile indipendente si riporta sull'asse delle ascisse, quella dipendente sull'asse delle ordinate.

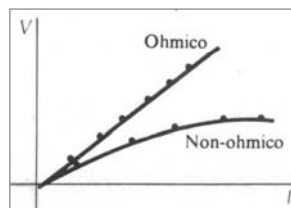


## Ciò che interessa di una funzione

- In **matematica** interessa l'intervallo di definizione, le proprietà di continuità, l'andamento asintotico, ecc.
- In **fisica** interessa studiare la funzione nell'intervallo di valori fisicamente possibili, anzi negli intervalli accessibili nelle condizioni sperimentali o agli apparati di misura utilizzati: una relazione fra massa e volume ad esempio non interessa a valori negativi del volume, oppure a valori infiniti.

$$\Delta V = V_A - V_B \propto I$$

$$\frac{V_A - V_B}{I} = \text{cost} = R$$



## Capacità elettrica

- Consideriamo un conduttore nel vuoto, isolato
- Trasferiamo su di esso una carica  $q$
- $Q$  si dispone sulla superficie ( $\sigma$ )
- Trasferiamo una seconda piccola carica  $q$
- In ogni punto della superficie:  $\sigma(x, y, z) \propto Q$
- Per il principio di sovrapposizione:  $E(x, y, z) \propto Q$
- $V(x, y, z)$  è legato a  $E(x, y, z)$  quindi:  $V(x, y, z) \propto Q$
  
- Esiste una relazione di proporzionalità:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

**CAPACITÀ DI UN  
CONDUTTORE**



## Derivata e rapporto incrementale

- In **matematica** il rapporto incrementale è “*tollerato*” come trampolino di lancio verso la derivata; importante l’interpretazione geometrica (tangente alla curva)
  
- In **fisica** il significato fisico è generalmente più chiaro nel rapporto incrementale (esempio: il concetto di velocità o di accelerazione), anzi, in alcuni casi, sappiamo che non è rigorosamente lecito passare al limite di intervalli infinitesimi (esempio: la corrente elettrica); l’interpretazione geometrica non ha particolare significato (è una grandezza dimensionale, non una “tangente”)



## Velocità scalare media

- A differenza della velocità vettoriale media (che concerne lo spostamento  $\Delta x$  di una particella) la **velocità scalare media** considera la lunghezza totale effettivamente percorsa indipendentemente dalla direzione del moto:

$$\bar{u} = \frac{\text{lunghezza totale del percorso}}{\Delta t}$$



## Velocità vettoriale istantanea

- DEF: **velocità vettoriale istantanea**
- Si ottiene a partire dalla velocità vettoriale media restringendo il valore di  $\Delta t$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

- *La velocità vettoriale in qualunque istante si ottiene dalla velocità vettoriale media restringendo l'intervallo di tempo  $\Delta t$  in modo che si avvicini sempre più allo zero. Man mano che  $\Delta t$  continua a diminuire, la velocità vettoriale media si avvicina a un valore limite che è la velocità vettoriale in quell'istante.*



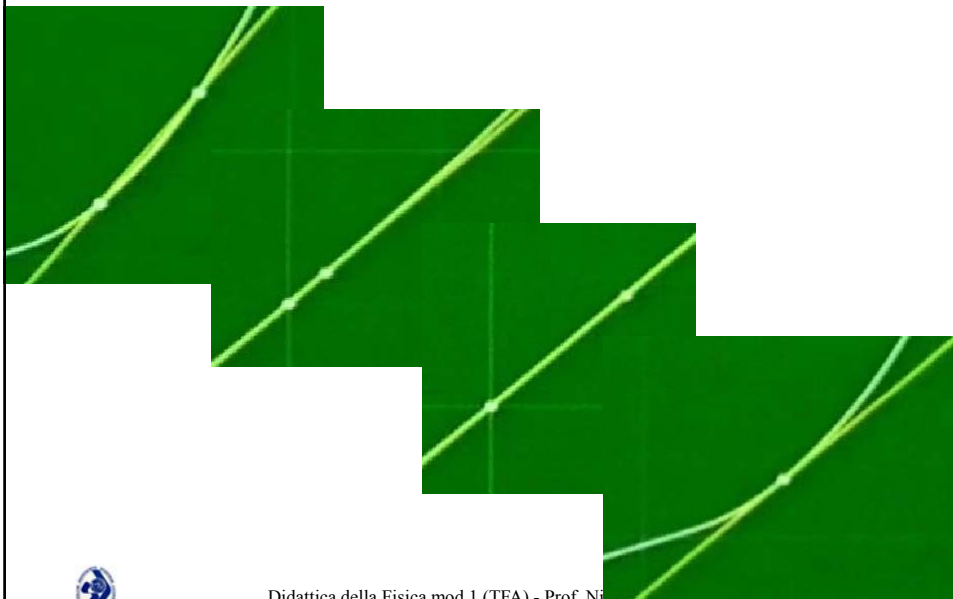
## Velocità vettoriale istantanea

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

- Questa equazione rivela due aspetti importanti:
  - essa è, in un istante dato, la velocità con cui una particella cambia la propria posizione  $x$  in funzione del tempo  $t$ , vale a dire che  $v$  è la derivata di  $x$  rispetto a  $t$ .
  - la velocità vettoriale  $v$  di una particella in qualunque istante  $t$  è rappresentata dalla pendenza della retta tangente alla curva nel punto di ascissa  $t$ .
- La velocità vettoriale istantanea è una grandezza vettoriale (*modulo, direzione e verso*).



## Pendenza



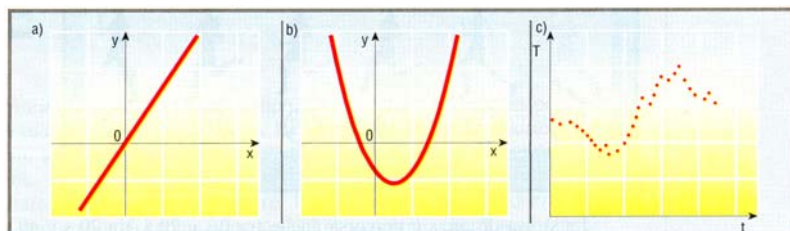
## Funzione

- In linguaggio matematico, la legge del moto di un punto materiale è la *funzione*  $s(t)$  che esprime qual è la posizione  $s$  occupata dal punto materiale P all'istante di tempo  $t$ .
- DEF: dati due insiemi numerici A (detto dominio) e B (chiamato codominio), si dice funzione  $f: x \rightarrow y=f(x)$  una relazione che a ogni elemento  $x$  di A fa corrispondere uno e un solo elemento  $y$  di B.
- Nel caso della nostra traiettoria
  - la variabile indipendente è  $t$
  - La variabile dipendente è  $s$



## Grafico di una funzione

- Se facciamo corrispondere a ogni coppia  $[x, y=f(x)]$  un punto in un sistema di assi cartesiani, otteniamo un grafico della funzione  $f(x)$



$$y(x) = mx + q$$

$$y(x) = ax^2 + bx + c$$

tabellare



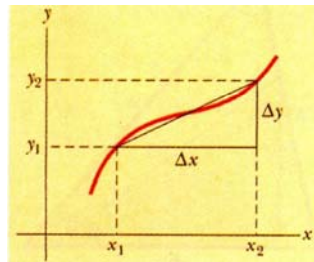
## Derivata

- La **derivata** di  $y(x)$  rispetto a  $x$  è definita come il limite delle pendenze delle corde tracciate fra due punti sulla curva  $y(x)$  in funzione di  $x$  all'avvicinarsi a zero di  $\Delta x$ . Matematicamente, scriviamo questa definizione come

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{y(x + \Delta x) - y(x)}{\Delta x} \quad \begin{cases} \Delta x = x_2 - x_1 \\ \Delta y = y_2 - y_1 \end{cases}$$

- È, inoltre, utile ricordare che

$$y(x) = ax^n \Rightarrow \frac{dy}{dx} = nax^{n-1}$$



## La rappresentazione grafica

- In **matematica** interessa generalmente solo l'andamento della funzione.
- In **fisica** è essenziale esplicitare le scale usate per gli assi, incluse le unità di misura.



## Digressione sulla “divisione”

- Divisione per ripartizione
- Divisione per continenza
- Divisione per confronto



## Significato di “misura” e sua rappresentazione

- In **matematica** la misura è un numero puro che rappresenta il rapporto fra la grandezza da misurare e l'unità di misura scelta. Il “*rapporto*” può essere una pura operazione mentale e quindi il rapporto potrebbe essere anche un numero irrazionale: ad esempio il numero  $\pi$  è la misura della circonferenza in unità di diametri.
- In **fisica** la misura implica una scelta di un campione fisico e di una ben precisa operazione di misura, nel corso della quale l'unità di misura viene in qualche modo “riportata” sulla grandezza da misurare, ottenendo non un numero preciso ma un intervallo di valori egualmente validi (o validi secondo una certa probabilità statistica), detto “incertezza di misura”: la misura è quindi espressa da tre componenti, il numero, l'unità di misura e l'incertezza.

