

Elettromagnetismo

Corso di Fisica
A.A. 2024-2025



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

1

Sommario

- Introduzione storica: prime osservazioni sperimentali
- Definizione del campo magnetico
- Forza di Lorentz
- Rappresentazione e visualizzazione di B
- Forza agente su un conduttore percorso da corrente
- Moto di cariche in presenza di B
- Galvanometro a bobina mobile
- Campi magnetici generati da correnti continue
- Legge di Biot e Savart
- Esempi:
 - filo rettilineo infinito
 - spira percorsa da corrente
- Dipolo magnetico
- Legge di Ampere
- Solenoide
- Interazioni tra correnti



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

2

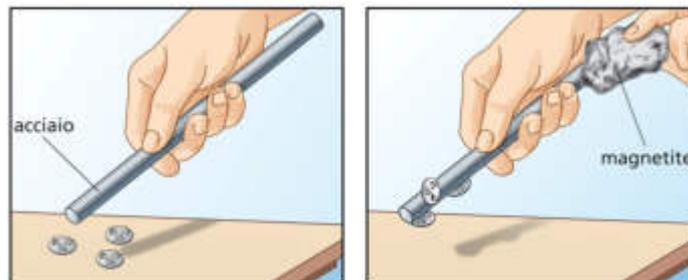
Introduzione

- Prime osservazioni delle proprietà della magnetite (Fe_3O_4) (Greci V-VI a.C).
- Uso del magnete (come ago della bussola) circa 1000 d.C. (cinesi o arabi).



Introduzione

- Esperienze con la “magnetizzazione” indotta



- Oggi chiamiamo **ferromagnetici** (ferro, nichel, cobalto, acciaio e le loro leghe) i materiali che possono essere magnetizzati



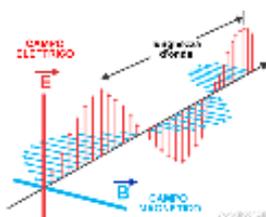
Introduzione

- Nonostante ciò, il magnetismo è stato compreso solo negli ultimi anni.
- **1819 Hans Christian Oersted** (DAN, 1777-1851) scoprì che una corrente elettrica è una sorgente di magnetismo (*l'ago di una bussola devia se avvicinato ad un filo percorso da corrente elettrica*).
- Gli esperimenti di **Michel Faraday** (GB, 1791-1867) in Inghilterra e di **Joseph Henry** (USA, 1797-1878) negli Stati Uniti portarono alla sintesi di elettricità e magnetismo operata da **James Clerk Maxwell** (GB, 1831-1879) negli anni successivi al 1860.



Introduzione

- **Michael Faraday** (GB, 1791-1867)
 - Negli anni successivi al 1820 Faraday dimostrò l'esistenza di una ulteriore connessione tra elettricità e magnetismo, provando che campi magnetici variabili nel tempo producono campi elettrici (*non conservativi*).
- **Joseph Henry** (USA, 1797-1878)
 - Esperimenti che portarono alla sintesi tra elettricità e magnetismo con Maxwell.
- **James Clerk Maxwell** (GB, 1831-1879)
 - A lui è dovuta la sistemazione formale dell'elettromagnetismo classico. Egli dimostrò che nel caso più generale un campo elettrico e un campo magnetico non possono avere esistenza indipendentemente e vanno unificati nell'unico concetto di campo elettromagnetico.



Introduzione

- Una teoria microscopica dei materiali magnetici si ebbe soltanto con lo sviluppo della **teoria quantistica** nel ventesimo secolo, e il magnetismo nella materia é tuttora un'area di attiva ricerca.
- Con lo sviluppo della **relatività ristretta** la nozione di campo elettromagnetico acquistò un ulteriore aspetto, nel senso che campo elettrico e campo magnetico hanno significato relativo: un'interazione magnetica in un sistema di riferimento inerziale può apparire elettrica in un sistema di riferimento inerziale e viceversa.



Prime osservazioni sperimentali

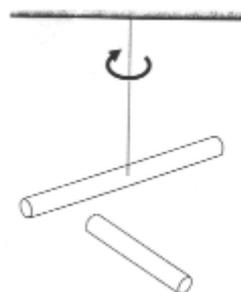
- Nel sedicesimo secolo **William Gilbert** (GB, 1544-1603) compì una serie di esperimenti con i magneti, allo scopo di mettere in evidenza le caratteristiche del magnetismo e le differenze con i fenomeni di elettrostatica.
- I risultati possono essere riassunti nei seguenti punti:

- **Magnete sospeso libero di ruotare**

- Si esercita una forza
- Si può definire un campo magnetico
- La forza risulta attrattiva o repulsiva
- Esistenza di due poli (pos e neg)
- I poli di uno stesso magnete sono sempre differenti

- **Magnetizzazione del ferro**

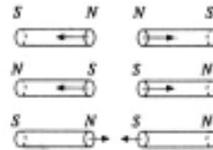
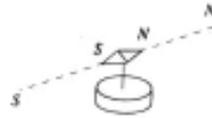
- La bacchetta di ferro immersa nel campo magnetico generato dalla magnetite diviene un magnete (magnete artificiale o calamita)



Osservazioni sperimentali

Orientamento della bussola

- Un ago magnetico si allinea con il meridiano terrestre
- Spostato esso oscilla nel riallinearsi
- L'ago magnetico si comporta come un dipolo magnetico
- Polo NORD
- Polo SUD
- L'interazione tra poli magnetici dello stesso segno é repulsiva
- L'interazione tra poli di segno differente é attrattiva



Osservazioni sperimentali

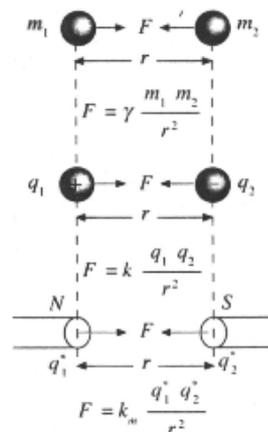
Studio quantitativo tra due poli

- (supposti puntiformi)
- (masse magnetiche)

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$F = k_m \frac{q_1^* q_2^*}{r^2}$$

- Legge di interazione attr/rep



Differenze tra carica elettrica e magnetica (1)

Sebbene la struttura dell'equazione

$$F = k_m \frac{q_1^* q_2^*}{r^2}$$

sia identica a quella delle forza tra due cariche elettriche

$$F = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

c'è tuttavia una differenza fondamentale...

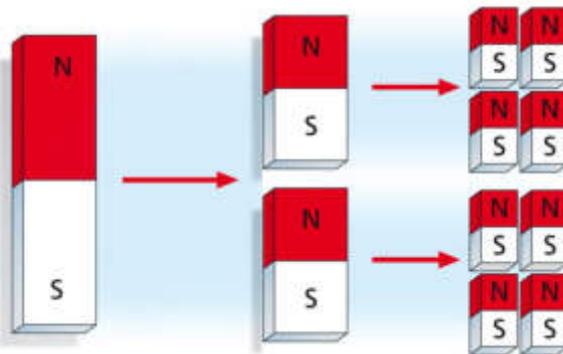


Differenze tra carica elettrica e magnetica (2)

- Una **carica elettrica**, positiva o negativa, può sempre essere isolata e ciò è una conseguenza dell'esistenza delle carica elementare positiva portata dal protone e della carica elettrica negativa dell'elettrone.
- La possibilità di separazione esiste cioè a livello elementare.
- Anche la **massa**, sebbene non quantizzata e di un solo segno, è chiaramente isolabile a livello elementare.
- Invece non è stato mai possibile ottenere un **polo magnetico** isolabile a livello elementare: I poli magnetici sembrano esistere sempre a coppie di egual valore e segno opposto, cioè si manifestano solamente sotto forma di dipoli magnetici.



Esperimento della calamita spezzata



Evidenza dei dipoli magnetici

- L'insieme dei fatti sperimentali esposti suggerisce l'ipotesi che gli elementi costitutivi dei magneti siano i dipoli magnetici, cioè oggetti caratterizzati da massa magnetica nulla e da un momento di **dipolo magnetico** diverso da zero.
- Poiché la non isolabilità degli ipotetici poli magnetici é confermata anche a livello elementare, siamo portati a supporre che atomi e molecole, come possiedono una struttura elettrica, abbiano anche un momento di dipolo magnetico.



Relazione tra fenomeni elettrici e magnetici

- La prima relazione tra fenomeni magnetici e fenomeni elettrici fu scoperto da **Hans Christian Oersted** (DAN, 1777-1851) nel 1811 e successivamente l'argomento venne approfondito soprattutto da **André-Marie Ampère** (FR, 1775-1836) intorno al 1820.



Il campo elettrostatico

Fenomeni elettrostatici

$$\left. \begin{array}{l} F \propto q_1 q_2 \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{array} \right\} \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

- cariche dello stesso segno di respingono
- cariche di segno opposto si attraggono
- le forze elettrostatiche sono forze centrali (cioè agiscono sempre lungo la retta che unisce le 2 cariche supposte puntiformi)

$$\vec{F}(x, y, z) \propto \frac{\hat{r}}{r^2}$$

- definizione del campo elettrico

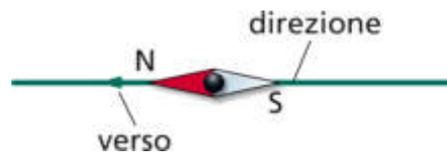
$$\vec{E}(x, y, z) = \lim_{q_o \rightarrow \infty} \frac{\vec{F}(x, y, z)}{q_o}$$

carica di prova



Il campo d'induzione magnetica come vettore

- Per esplorare le proprietà di un campo magnetico indotto utilizziamo il **magnete di prova**, che è un piccolo ago magnetico.



- La **direzione** del campo d'induzione magnetica è data dalla retta che unisce i poli nord e sud del magnete di prova.
- Il **verso** va dal polo sud al polo nord del magnete di prova.



Forza di Lorentz



Osservazioni sperimentali

- I fenomeni magnetici possono essere trattati in modo analogo introducendo il vettore **induzione magnetica** $\vec{B}(x, y, z)$

- Un campo magnetico prodotto da una piccola calamita può deflettere un fascio di elettroni in un tubo catodico (TV). Sperimentalmente:

$$\vec{F} \perp \vec{v}$$

Definizione operativa

- Consideriamo una carica q in moto con velocità $v(x, y, z)$ in un certo punto $P(x, y, z)$ della sua traiettoria. Il campo vettoriale $\vec{B}(x, y, z)$ in quel punto è definito come il campo che esercita sulla particella carica una forza $\vec{F}(x, y, z)$:

$$\vec{F}(x, y, z) = q\vec{v}(x, y, z) \times \vec{B}(x, y, z) \quad \text{Forza di Lorentz}$$

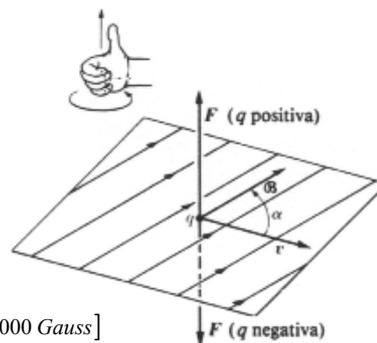


Osservazioni sperimentali

Direzione del prodotto vettoriale

$$\vec{v}(x, y, z) \times \vec{B}(x, y, z)$$

(regola della mano destra)



$$B = \frac{F}{qv \sin \theta} = \left[\frac{N \cdot s}{C \cdot m} \right] = \left[\frac{N}{Am} \right] = [Tesla] = [10,000 Gauss]$$



Lavoro compiuto dal campo d'ind. magnetica

- Forza di Lorentz

$$\vec{F}(x, y, z) = q\vec{v}(x, y, z) \times \vec{B}(x, y, z)$$

$$|\vec{F}(x, y, z)| = qvB \sin \theta \Rightarrow \begin{cases} F = 0 & \text{se } \vec{v} \parallel \vec{B} \\ F = qvB & \text{se } \vec{v} \perp \vec{B} \end{cases}$$

- La direzione della forza è ortogonale al piano individuato dai vettori \vec{v} e \vec{B}
- Il verso è determinato dalla regola del prodotto vettoriale (se q è positiva)



Lavoro ed energia cinetica

Campo elettrostatico

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{F} \parallel \vec{E} \Rightarrow dL = \vec{F}_{ELE} \cdot d\vec{l} \longrightarrow dL \neq 0$$

$$\Delta K = L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = q(V_A - V_B)$$

- l'energia cinetica della particella varia
- la velocità può cambiare sia in modulo che in direzione

Campo magnetico

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow dL = \vec{F}_{MAG} \cdot d\vec{l} = \vec{F}_{MAG} \cdot \vec{v} dt \xrightarrow{\vec{F} \cdot \vec{v}} dL = 0$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = L = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0$$

- L'energia cinetica della particella resta costante poiché la forza di Lorentz non compie lavoro sulla particella: essa non comunica alla particella un'accelerazione tangenziale, ma soltanto un'accelerazione centripeta.
- Non sarebbe appropriato in questo caso parlare di linee di forza del campo magnetico



Lavoro compiuto da B

$$\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow dL = \vec{F}_{MAG} \cdot d\vec{l} = \vec{F}_{MAG} \cdot \vec{v} dt \xrightarrow{\vec{F} \cdot \vec{v}} dL = 0$$

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow dL = \vec{F}_{ELE} \cdot d\vec{l} \longrightarrow dL \neq 0$$

un campo magnetico statico non compie lavoro su una carica

Mentre, naturalmente,

un campo elettrico può compiere lavoro su una carica

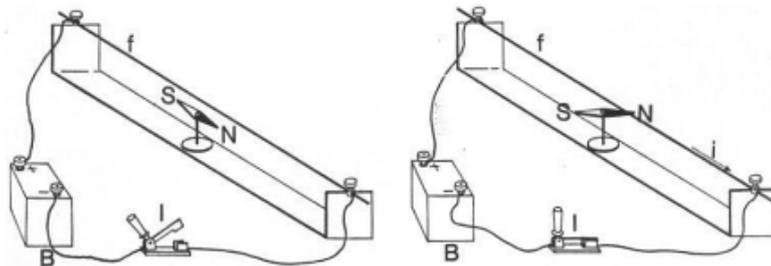


Rappresentazione delle linee di campo



Esperienze con l'ago magnetico

- **Oersted** dimostrò che un ago magnetico, posto in prossimità di un filo percorso da corrente, tende ad assumere una ben definita posizione di equilibrio.
- Un filo percorso da corrente produce un campo magnetico e l'ago si orienta parallelamente al campo magnetico esistente nel punto in cui viene posto.



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

32

Esperienze con l'ago magnetico

- In seguito **Ampere** (1820) dimostrò che due fili percorsi da corrente interagiscono e intuì che

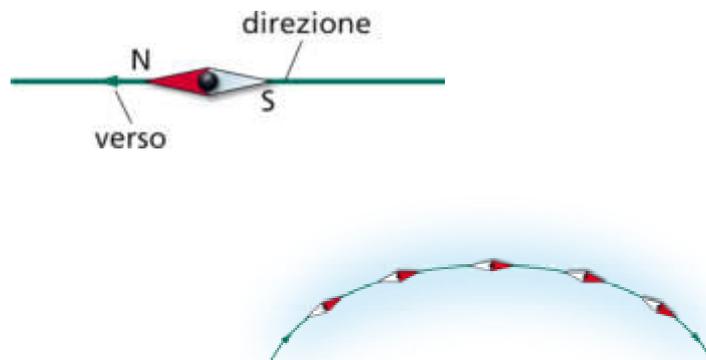
le azioni magnetiche non sono altro che la manifestazione dell'interazione tra cariche elettriche in movimento.



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

33

Linee di forza del campo elettrostatico



Linee di forza del campo elettrostatico

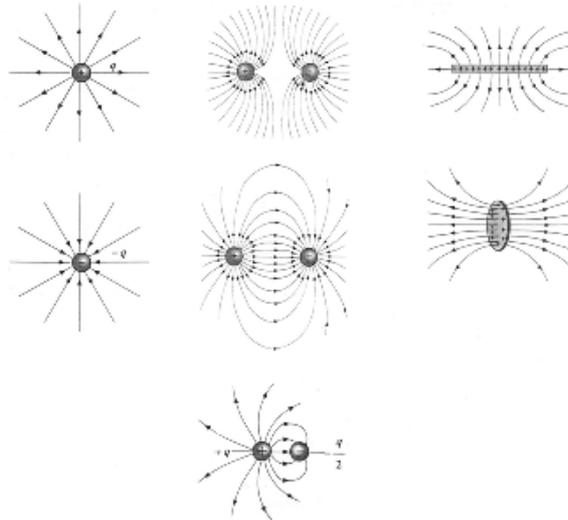
- *L'introduzione del concetto di campo evidenzia la modifica, da parte della sorgente, dell'interazione magnetica nello spazio circostante*

Proprietà delle linee di campo:

- una linea di *campo* in ogni punto è tangente e concorde al campo in quel punto;
- le linee di *campo* si addensano dove l'intensità del campo è maggiore;
- le linee di *campo* non si incrociano mai, in quanto in ogni punto il campo elettrico è definito univocamente e non può avere due direzioni distinte;
- le linee di *campo* hanno origine dalle cariche positive e terminano sulle cariche negative; qualora ci siano solo cariche di uno stesso segno le linee di forza si chiudono all'infinito;
- nel caso di cariche di segno opposto, ma eguali in modulo, tutte le linee che partono dalle cariche positive si chiudono su quelle negative, alcune passando eventualmente per l'infinito; se invece le cariche non sono eguali in modulo, alcune linee terminano o provengono dall'infinito.



Linee di forza del campo elettrostatico



Rappresentazione mediante linee di forza

- Le azioni magnetiche sono il risultato dell'interazione tra cariche in moto.
- Adottando la rappresentazione tramite un campo, diciamo che l'azione magnetica è dovuta al fatto che un sistema di cariche in moto genera un campo magnetico.
- Vedremo in seguito il legame tra il campo d'induzione magnetica e le correnti che lo generano.



Proprietà generali del campo magnetico

- Sperimentalmente (*ago con più magneti*) si nota che il campo magnetico si comporta come una **grandezza vettoriale**
- Determinare \mathbf{B} significa dare direzione, verso e intensità in ogni punto $\mathbf{B}=\mathbf{B}(x,y,z)$
- $\mathbf{B}=\mathbf{B}(x,y,z)$ può variare in ogni punto
 - (*campo non uniforme*)
- $\mathbf{B}=\mathbf{B}(x,y,z,t)$ può variare in funzione del tempo
 - (*campo stazionario o lentamente variabile*)



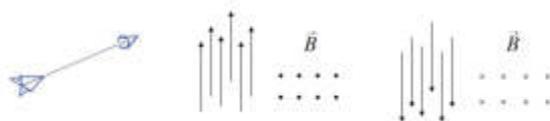
Linee di forza del campo magnetico

- a) una linea di forza in ogni punto è tangente e concorde al campo in quel punto;
- b) le linee di forza si addensano dove l'intensità del campo è maggiore;
- c) le linee di forza non si incrociano mai, in quanto in ogni punto il campo magnetico è definito univocamente e non può avere due direzioni distinte;

la proprietà (d) non può essere estesa al campo magnetico:

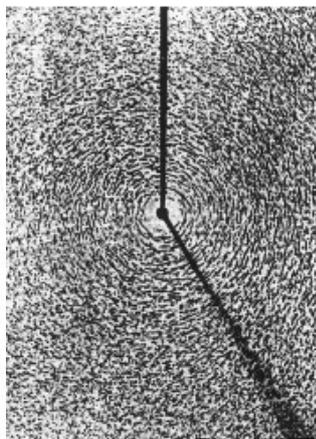
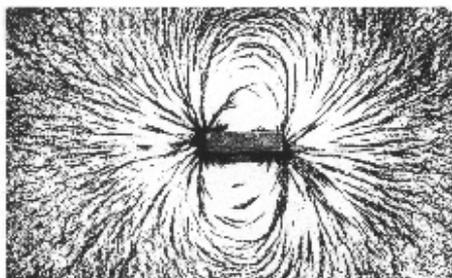
- d) le linee di forza hanno origine dalle cariche positive e terminano sulle cariche negative; qualora ci siano solo cariche di uno stesso segno le linee di forza si chiudono all'infinito;

Simbologia impiegata:

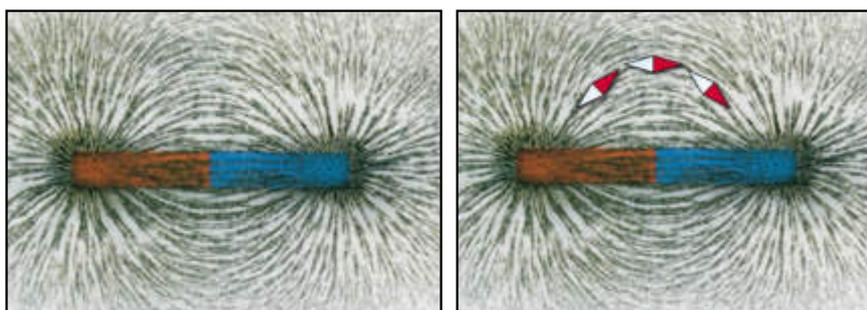


Visualizzazione

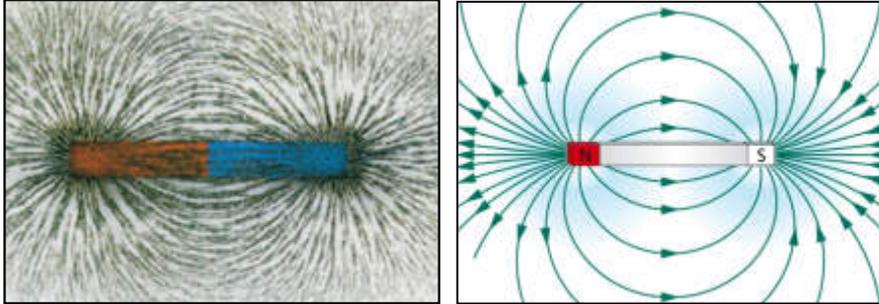
- Limatura di ferro
- Ago magnetico



Le linee del campo magnetico (1)



Le linee del campo magnetico (1)



Proprietà del campo magnetico

- La proprietà (d) delle linee di forza del campo elettrostatico, di partire e terminare sulle cariche elettriche sorgenti del campo non può essere estesa al campo magnetico.
- Per il campo magnetico vale sempre che:

$$\oint_S \vec{B}(x, y, z) \cdot \hat{u}_n(x, y, z) d\Sigma = 0 \quad \text{Espressione integrale}$$

- **Il flusso del campo magnetico attraverso una qualsiasi superficie chiusa è sempre nullo.**

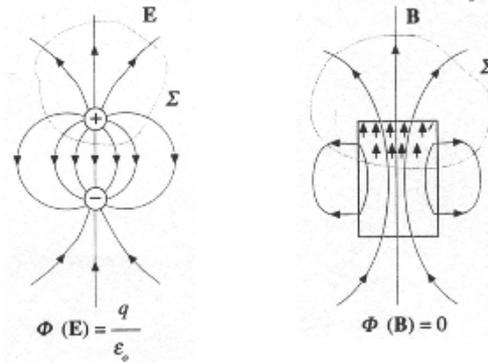
$$\nabla \cdot \vec{B}(x, y, z) = \cancel{\text{div} \vec{B}(x, y, z)} = 0 \quad \text{Espressione differenziale o locale}$$



Proprietà delle linee di campo magnetico

- Questa considerazione insieme alla non esistenza di masse magnetiche isolate e di dipoli magnetici reali, porta alla conclusione che:

Le linee di forza del campo magnetico \mathbf{B} sono linee chiuse, senza né inizio né fine.



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

48

Forza agente su un conduttore percorso da corrente



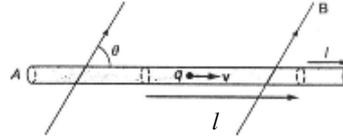
Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

49

Forza agente su un cond. percorso da corrente

- Una corrente che fluisce in un conduttore è composta da un numero elevato di portatori di carica in moto; usiamo l'equazione $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ per determinare la forza magnetica agente su un conduttore percorso da corrente:

- Consideriamo un segmento rettilineo di filo:



- n : numero di portatori di carica per volume unitario
- Al : volume del segmento di filo conduttore
- $N=nAl$: numero di portatori del segmento di filo conduttore

- La forza magnetica totale agente sulla carica totale $Q=Nq$ è:

$$\vec{F} = Nq\vec{v}_d \times \vec{B} = nAlq\vec{v}_d \times \vec{B}$$



Forza agente su un cond. percorso da corrente

La forza magnetica totale agente sulla carica totale $Q = Nq$ è:

$$\vec{F} = Nq\vec{v}_d \times \vec{B} = nAlq\vec{v}_d \times \vec{B}$$

Ricordando che la densità di corrente vale:

$$\vec{j} = nq\vec{v}_d \quad \Rightarrow \quad I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{\Sigma} = jA = nqv_d A$$

da cui:

$$\vec{F} = nAlq\vec{v}_d \times \vec{B} \xrightarrow{Iv_d \rightarrow I\vec{v}_d} \vec{F} = nAqv_d \vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}(x, y, z) = I \vec{l}(x, y, z) \times \vec{B}(x, y, z)$$

FORZA MAGNETICA AGENTE SU UN CONDUTTORE RETTILINEO
IN UN CAMPO UNIFORME

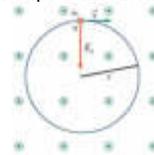
$$|\vec{F}| = I l B \sin \theta$$



Moto di cariche in presenza di B

- Si consideri una particella carica in un campo magnetico uniforme.
- Per semplicità, supponiamo che la velocità sia perpendicolare al campo d'induzione magnetica

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v} \text{ varia} \\ |\vec{v}| = \text{cost} \end{cases} \rightarrow \text{MOTO CIRCOLARE UNIFORME}$$



- l'effetto della forza è quello di cambiare la direzione della velocità senza cambiarne il modulo.
- Equazione del moto + Forza di Lorentz:

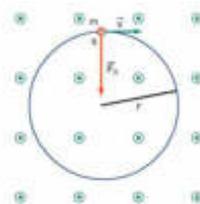
$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{mv^2}{r} \\ F &= qvB \end{aligned} \right\} \rightarrow F = \frac{mv^2}{r} = qvB \rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad \text{RAGGIO DELLA CIRCONFERENZA}$$



Moto di cariche in presenza di B

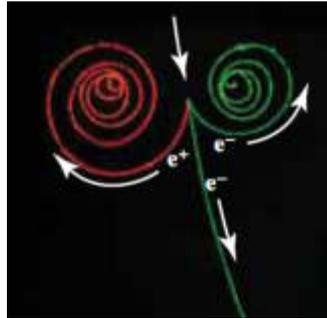
- Per una particella carica in un campo magnetico uniforme, il raggio della traiettoria circolare e il modulo della velocità sono proporzionali.
- A parità di particelle, quelle con velocità superiori hanno raggi di curvatura maggiori

$$\left. \begin{aligned} v &= \omega r \\ r &= \frac{mv}{qB} \end{aligned} \right\} \rightarrow \omega = \frac{q}{m} B \quad \text{FREQUENZA DI CICLOTRONE}$$



esempio

- Nella figura sono rappresentate tre tracce di particelle elementari libere (due elettroni ed un positrone) che, a causa del campo di induzione magnetica uniforme perpendicolare al piano, e con verso uscente, curvano con un raggio proporzionale all'energia (e , quindi, alla velocità)



Campi magnetici generati da correnti continue



Introduzione

Finora

- Forza esercitata da un campo magnetico su una carica elettrica in movimento o su un conduttore percorso da corrente.

Ora

- Sorgenti, cause dei campi magnetici (*in particolare le correnti elettriche*).



Proprietà dell'interazione magnetica

- si manifesta tra cariche elettriche in movimento
- forza di Lorentz

$$\vec{F}(x, y, z) = q\vec{v}(x, y, z) \times \vec{B}(x, y, z)$$

- forza su un circuito percorso da corrente

$$\vec{F} = \int_L d\vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B}$$

- la forza e' espressa dal prodotto tra
 - (a) una grandezza caratteristica del sistema che subisce l'interazione (*una carica in moto o una corrente in un circuito*) e
 - (b) il campo d'induzione magnetica generato dalle sorgenti del campo stesso; si pensa cioè alla forza come il risultato di una interazione tra carica o corrente di campo.

Analizziamo ora il legame esplicito tra il campo magnetico e le correnti che lo generano.



Evoluzione storica

- Le prime sorgenti del campo magnetico, come già detto, furono i magneti.
- *Hans Christian Oersted* (1820)
 - descrisse che un ago magnetico è deviato da una corrente elettrica.
- Dopo la scoperta di Oersted che una corrente è sorgente di un campo magnetico, esperimenti condotti da *André Marie Ampere*, da *Jean Baptiste Biot* (1774-1862) e *Felix Savart* (1791-1841) portarono a quella che oggi è nota come Legge di Biot e Savart.
- *Biot* e *Savart* sperimentarono e misurarono la forza agente su un polo magnetico vicino ad un filo percorso da corrente con riferimento al campo magnetico prodotto da ciascun elemento di corrente.



Evoluzione storica

- *André Marie Ampere* (1775-1836)
 - estese queste esperimenti dimostrando che gli stessi elementi di corrente sono soggetti a una forza in presenza di un campo magnetico;
 - in particolare dimostrò che due correnti esercitano forze l'una sull'altra;
 - ottenne il risultato di Biot-Savart per il campo magnetico dovuto ad un elemento di corrente ;
 - sviluppò un modello che spiegava il comportamento dei magneti permanenti per mezzo di correnti microscopiche fluenti in circuiti elettrici situati nelle singole molecole del materiale magnetico.



Vettore densità di corrente $\mathbf{J}(x,y,z)$

- Se la corrente passa in un conduttore di dimensioni non trascurabili, conviene introdurre il vettore densità di corrente elettrica \mathbf{J} :

$$|\vec{J}(x, y, z)| = \frac{\Delta q}{S \Delta t} = \frac{i}{S} \quad \text{per convenzione il verso è quello delle cariche elettriche positive}$$

- Sperimentalmente vale:

$$\vec{J}(x, y, z) = \sigma \vec{E}(x, y, z)$$

- Dove la costante di proporzionalità σ è detta *conducibilità elettrica* e dipende dalla natura del conduttore e dalla temperatura.



Legge di Biot e Savart



Legge di Biot e Savart

- La legge di Biot-Savart determina in un punto dello spazio $P(x,y,z)$ il campo di induzione magnetica $\mathbf{B}(x,y,z)$ generato da una distribuzione di correnti elettriche.
- La legge di Biot-Savart é analoga a quella di Coulomb per l'elettrostatica.
- Legge di Coulomb:

$$d\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad \vec{E}(x, y, z) = \int d\vec{E}(x, y, z)$$

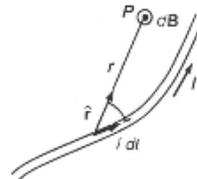


Legge di Biot e Savart

- Tutta una serie di **esperimenti** porta a concludere che (fissato un sistema di riferimento) un circuito fermo, in cui circoli una corrente stazionaria I , genera nello spazio vuoto circostante un campo di induzione magnetica \mathbf{B}_o che può essere calcolato come somma di contributi elementari prodotti dai singoli elementi $d\mathbf{B}_o$ del circuito.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I dl \sin \theta}{r^2}$$

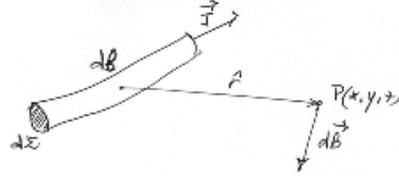


μ_o = permeabilità magnetica del vuoto

$$\begin{aligned} \mu_o &= 12,56 \cdot 10^{-7} \left[\frac{Wb \cdot m}{m^2 \cdot A} \right] = 4\pi \left[\frac{Volt \cdot sec}{m \cdot A} \right] = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\Omega \cdot sec}{m} \right] \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Henry}{m} \right] = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{N}{A^2} \right] \end{aligned}$$



Legge di Biot e Savart



$$\vec{B}_o(x, y, z) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

CIRCUITI FILIFORMI

- La relazione si riferiscono a circuiti filiformi, tali cioè che la sezione del conduttore abbia dimensioni lineari trascurabili.
- Se questa condizione non è soddisfatta, la generalizzazione è immediatamente ottenuta ponendo in esse:

$$I = \int_S \vec{j}(x, y, z) \cdot d\vec{\Sigma}$$

- da cui, per i circuiti non filiformi:

$$\vec{B}_o(x, y, z) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}(x, y, z) \times \hat{r}}{r^2} d\tau$$

CIRCUITI NON FILIFORMI



Analogia tra la legge di Biot-Savart e la legge di Coulomb

$$d\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Differenze

- $\vec{F}_{ELE} \propto \frac{1}{r^2}$

- $\vec{F}_{MAG} \propto \frac{1}{r^2}$

- la direzione di $d\vec{E}$ è radiale rispetto all'elementino di carica dq
- la direzione di $d\vec{B}$ è perpendicolare al piano che contiene l'elementino di corrente $I d\vec{l}$
- la carica elettrica è isolabile e la più semplice è una carica isolata
- la corrente elettrica (flusso di cariche) non può essere isolata per una corrente stazionaria

$$\vec{E}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad \rightarrow \quad \vec{E}(x, y, z) = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

esteso a tutte le cariche in gioco

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad \rightarrow \quad \vec{B}(x, y, z) = \int \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

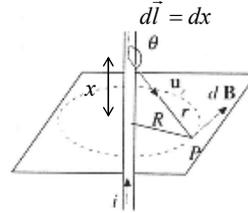
esteso a tutta la distribuzione dei corrente



Campo magnetico di un filo rettilineo infinito

$$|d\vec{B}| = \left| \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \right| = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I dx \sin \theta}{r^2} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I dx \sin \theta}{x^2 + R^2}$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{I dx \sin \theta}{x^2 + R^2} \xrightarrow{\sin \theta = \sin(\pi - \theta) = \frac{R}{\sqrt{x^2 + R^2}}} \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{IR dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}}$$



- La parte vettoriale prevede che $d\mathbf{B}$ sia perpendicolare al piano contenente l'elemento di corrente ed il punto $P(x,y,z)$
- Il modulo può essere ricavato dall'integrazione del contributo $d\mathbf{B}$



Campo magnetico di un filo rettilineo infinito

- La parte vettoriale prevede che $d\mathbf{B}$ sia perpendicolare al piano contenente l'elemento di corrente ed il punto $P(x,y,z)$
- Il modulo può essere ricavato dall'integrazione del contributo $d\mathbf{B}$

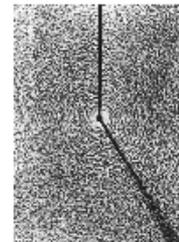
$$\vec{B}(x, y, z) = \int dB = \frac{\mu_o}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{IR dx}{(x^2 + R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_o IR}{4\pi} \left[\frac{x}{R^2(x^2 + R^2)^{1/2}} \right]_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\vec{B}(x, y, z) = \frac{\mu_o IR}{4\pi R^2}$$

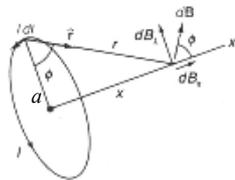
- l'intensità del campo di induzione magnetica a distanza R risulta così:



$$B(x, y, z) = \frac{\mu_o I}{2\pi R}$$



Campo magnetico di una spira percorsa da corrente



- contributo generico $d\vec{B} = (d\vec{B}_\perp, d\vec{B}_\parallel) = (d\vec{B}_\perp = dB \sin \varphi, dB_x = dB \cos \varphi)$

$$|d\vec{B}| = \left| \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \right| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}$$

$$\vec{B}(x,0,0) \rightarrow \begin{cases} B_\perp = 0 & \text{per simmetria} \\ B_x = \int dB_x = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \cos \varphi}{r^2} = \int \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \cos \varphi}{x^2 + a^2} \end{cases}$$

$$B_x = \int dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cos \varphi}{r^2} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cos \varphi}{r^2} 2\pi a$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cos \varphi}{r^2} 2\pi a \xrightarrow{\cos \varphi = \frac{a}{r \sqrt{x^2 + a^2}}} B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I 2\pi a^2}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

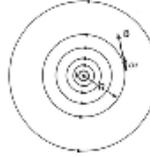


Legge di Ampere



Legge di Ampere

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



- le linee sono chiuse

Definizione

- La corrente si dice **concatenata** con il percorso chiuso costituito dal contorno della superficie che la corrente attraversa.
- Calcoliamo l'integrale di linea del campo di induzione magnetica \vec{B} lungo il contorno considerato:

$$\oint \vec{B}(x, y, z) \cdot d\vec{r}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \oint B dr = B \oint dr = B(2\pi R)$$

- Da cui, ricordando l'equazione già trovata:

$$\left. \begin{aligned} |\vec{B}| &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} &= B(2\pi R) \end{aligned} \right\} \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

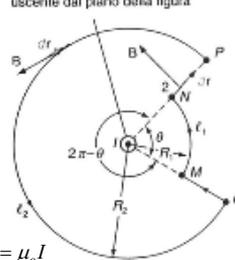


Caso generale

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \int_P^Q \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_Q^M \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_M^N \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_N^P \vec{B} \cdot d\vec{r} = \\ &= \int_P^Q B_2 dr + 0 + \int_M^N B_1 dr + 0 = \\ &= B_2 \int_P^Q dr + B_1 \int_M^N dr = B_1 l_1 + B_2 l_2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 l_1 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} l_1 \\ \frac{l_1}{R_1} &= \theta \\ B_2 l_2 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2} l_2 \\ \frac{l_2}{R_2} &= 2\pi - \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \theta + \frac{\mu_0 I}{2\pi} (2\pi - \theta) \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$

Sezione del filo con corrente i uscente dal piano della figura

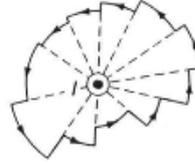
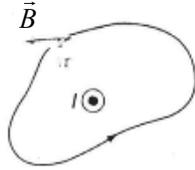


L'integrale di linea del campo di induzione magnetica \vec{B} lungo il percorso chiuso considerato, dipende solo dalla corrente concatenata con il percorso:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$$



Caso generalizzato



- Il percorso chiuso è ora approssimato da un insieme di N archi circolari e di M segmenti radiali
- L'approssimazione diventa esatta per:

$$N, M \rightarrow \infty$$

$$L_{\text{ARCHI}}, L_{\text{SEGMENTI}} \rightarrow 0$$

- Impiegando per il calcolo lo stesso procedimento di prima, si ottiene, ovviamente, lo stesso risultato:

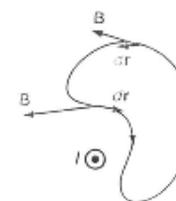
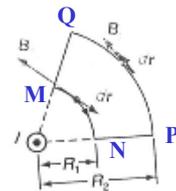
$$\oint \vec{B}(x, y, z) \cdot d\vec{r}(x, y, z) = \mu_0 I$$



Percorso non concatenato

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \int_P^Q \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_Q^M \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_M^N \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_N^P \vec{B} \cdot d\vec{r} = \\ &= \int_P^Q B_2 dr + 0 + \int_M^N B_1 dr \cos 180^\circ + 0 = \\ &= B_2 \int_P^Q dr + B_1 \int_M^N dr = B_2 l_2 - B_1 l_1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 l_1 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R_1} l_1 \\ \frac{l_1}{R_1} &= \theta \\ B_2 l_2 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R_2} l_2 \\ \frac{l_2}{R_2} &= \theta \end{aligned} \right\} \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \theta - \frac{\mu_0 I}{2\pi} \theta \rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$$



- Per un percorso non concatenato con la corrente, vale:

$$\oint \vec{B}(x, y, z) \cdot d\vec{r}(x, y, z) = 0$$



Considerazioni generali

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum i$$

LEGGE DI AMPERE

- $\sum i$ riguarda solo ed esclusivamente le correnti concatenate con il percorso chiuso.
- Il segno da assegnare alle correnti è determinato dalla “Regola della mano destra”

Attenzione:

- il campo di induzione magnetica $B(x, y, z)$ dipende da tutte le correnti presenti
- l'integrale di linea lungo un percorso chiuso dipende solo dalle correnti concatenate $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum i$

- il campo elettrostatico $\vec{E}(x, y, z)$ dipende da tutte le cariche sorgenti
- l'integrale del flusso su una superficie chiusa dipende solo dalle cariche contenute

nella superficie $\int_S \vec{E} \cdot d\vec{\Sigma} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$



Analogie tra la leggi di Gauss e di Ampere

- La legge di Ampere è un enunciato di carattere generale circa i campi che sono generati da correnti stazionarie.
 - La **legge di Gauss** può essere impiegata per determinare il campo elettrico generato da alcuni tipi di distribuzione di carica di un grado elevato di simmetria.
 - La **legge di Ampere** può essere impiegata analogamente per determinare il campo magnetico dovuto a una distribuzione di corrente dotata di appropriata simmetria.



Applicazioni della Legge di Ampere

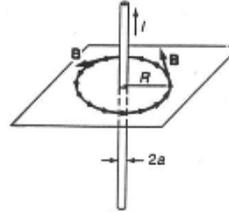
La legge di Ampere può essere impiegata per determinare il campo magnetico generato da distribuzione di corrente con elevata simmetria.

Filo rettilineo

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum i$$

vale per ogni percorso chiuso concatenato con una corrente

$$R > a$$



- scegliamo un percorso circolare di raggio R passante per il punto $P(x, y, z)$, esterno al filo, su un piano perpendicolare al filo
- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r}$ per la simmetria scelta valgono:
 - $\vec{B} \parallel d\vec{r} \Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{r} = B dr$
 - $|\vec{B}|$ è uguale su tutta la circonferenza scelta
- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \oint d\vec{r} = B 2\pi R = \mu_0 \sum i$

$$|\vec{B}(x, y, z)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{per } R > a$$



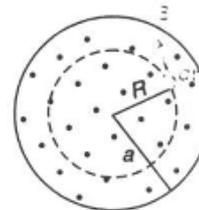
Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

82

Applicazioni della Legge di Ampere

$$R < a$$

- scegliamo un percorso circolare di raggio R passante per il punto $P(x, y, z)$, interno al filo stesso, su un piano perpendicolare al filo
- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r}$ per la simmetria scelta valgono:
 - $\vec{B} \parallel d\vec{r} \Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{r} = B dr$
 - $|\vec{B}|$ è uguale su tutta la circonferenza scelta
- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \oint d\vec{r} = B 2\pi R = \mu_0 \sum i$
- occorre valutare la corrente $\sum i$ concatenata con la circonferenza di raggio R :
 - si calcola la densità di corrente: $j = \frac{I}{\pi a^2}$
 - nella sezione circolare di raggio R , l'area è πR^2
 - $\sum i = j \pi R^2 = I \frac{\pi R^2}{\pi a^2} = I \frac{R^2}{a^2}$



$$|\vec{B}(x, y, z)| = \frac{\mu_0 I R}{2\pi a^2} \quad \text{per } R < a$$



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

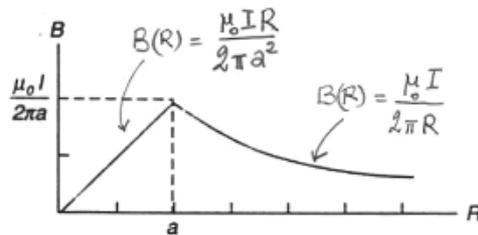
83

Applicazioni della Legge di Ampere

$$|\vec{B}(x, y, z)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{per } R > a$$

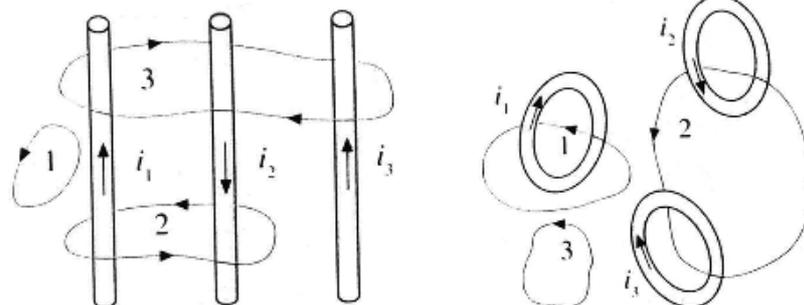
$$|\vec{B}(x, y, z)| = \frac{\mu_0 IR}{2\pi a^2} \quad \text{per } R < a$$

$$|\vec{B}(x, y, z)| = 0 \quad \text{per } R = 0$$



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

84



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0(i_1 - i_2)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0(-i_1 + i_2 - i_3)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 i_1$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = -\mu_0(i_2 + i_3)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = 0$$



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

85

Dipolo magnetico



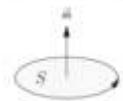
Espressione del campo magnetico in termini di m

- Ricordando la definizione del momento di dipolo elettrostatico, introduciamo:

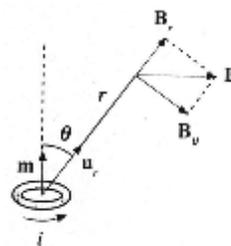
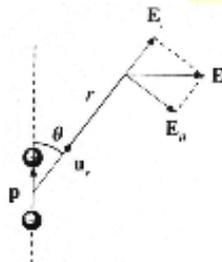
poiché:

- πa^2 è l'area della spirale
- $I\pi a^2$ risulta essere il modulo del momento di dipolo magnetico
- I vettori \vec{B} e \vec{m} hanno la stessa direzione

$$\vec{m} = I\vec{S} \quad \text{Momento di dipolo magnetico}$$



$$\vec{B}(x,0,0) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{m}}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$



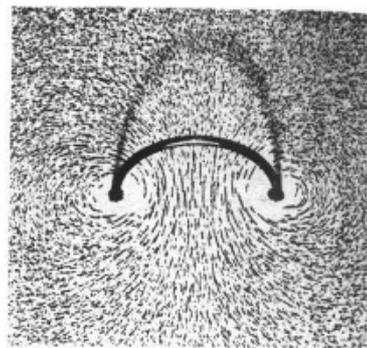
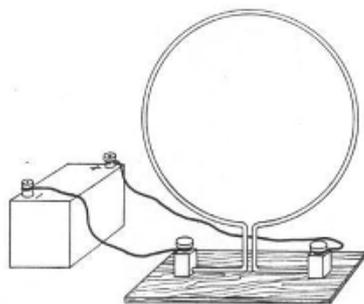
Campo di un solenoide



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

88

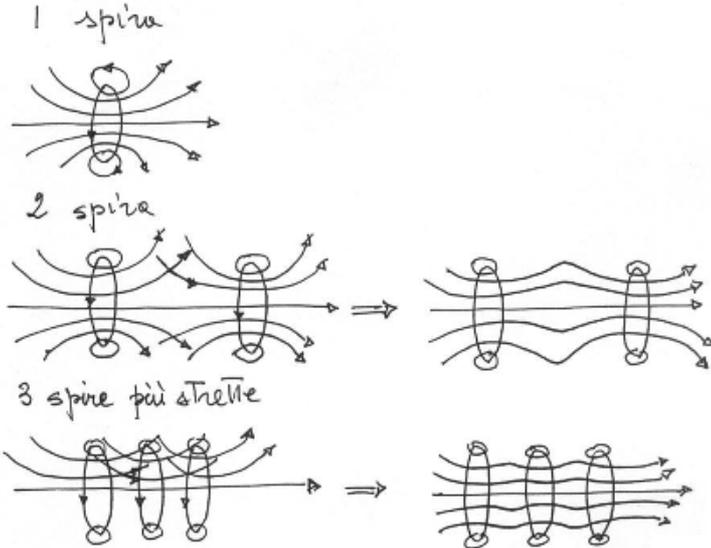
Campo magnetico di un solenoide



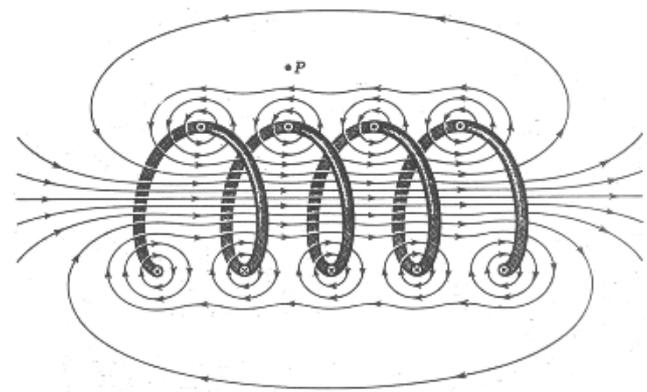
Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

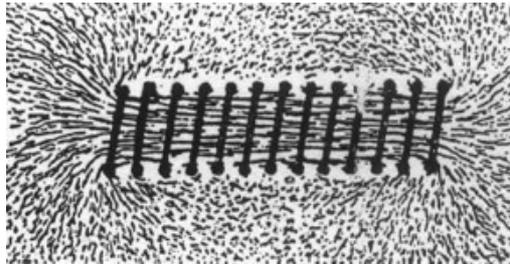
89

Campo magnetico di un solenoide



Campo magnetico di un solenoide

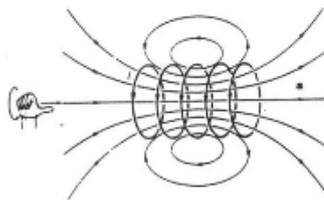




Campo magnetico di un solenoide

Analisi qualitativa

Caso di un avvolgimento non estremo



L_o lunghezza del tratto considerato
 N numero delle spire
 $n = \frac{N}{L_o}$ numero spire per lunghezza unitaria



Avvolgimento fitto

Approssimazione

- Ogni giro dell'elica viene approssimata dal campo magnetico di una spira analoga

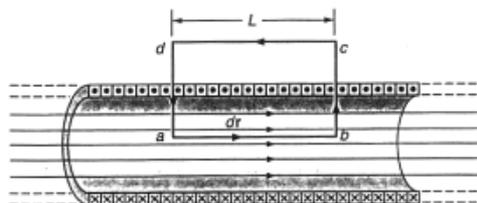
Caratteristiche qualitative del campo prodotto

- **Campo magnetico interno**
 - Solenoide infinito
 - campo uniforme parallelo all'asse
 - Solenoide finito
 - campo approssimativamente uniforme parallelo all'asse nella zona centrale
- **Campo magnetico esterno**
 - Solenoide infinito
 - campo nullo
 - Solenoide finito
 - campo sostanzialmente nullo
- **Campo magnetico ai bordi**
 - Solenoide finito



Calcolo del campo magnetico prodotto

- Analisi quantitativa
 - Caso ideale (solenoide infinito)



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_o \sum i$$



Calcolo del campo magnetico prodotto

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 \sum i$$

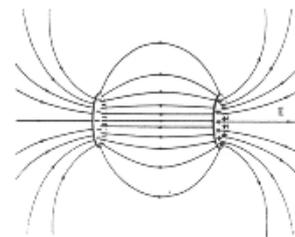
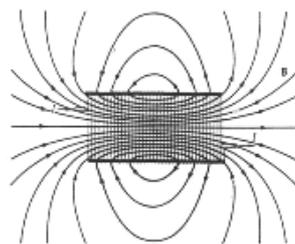
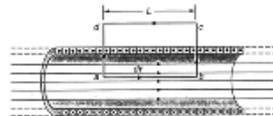
LEGGE DI AMPERE

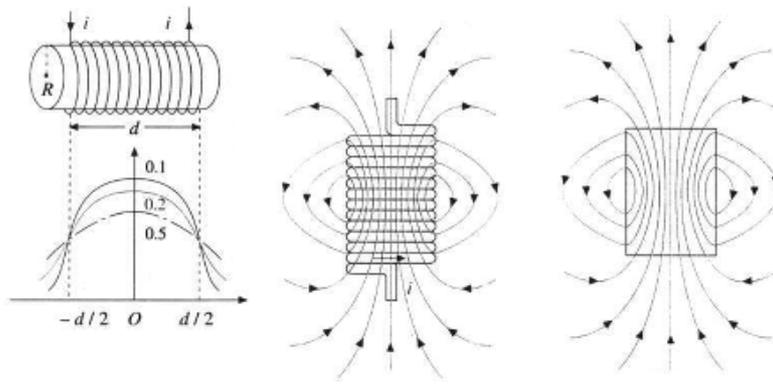
- $\sum i$ riguarda solo ed esclusivamente le correnti concatenate con il percorso chiuso.
- Il segno da assegnare alle correnti è determinato dalla "Regola della mano destra"

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{r} = \\ &\quad \vec{B} \parallel d\vec{r} \quad \vec{B} \perp d\vec{r} \quad \vec{B} = 0 \quad \vec{B} \perp d\vec{r} \\ &= \int_A^B B dr + 0 + 0 + 0 = \\ \oint \vec{B} \cdot d\vec{r} &= \int_A^B B dr = B \int_A^B dr = BL \end{aligned}$$

$\sum i = nLI$ numero di spire contenute nella lunghezza L

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = BL = \mu_0 nLI \Rightarrow \boxed{B = \mu_0 nI}$$





Interazione B-i



Forza agente tra conduttori percorsi da corrente

- Forza esercitata da un campo di induzione magnetica su un filo conduttore:

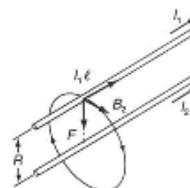
$$d\vec{F}(x, y, z) = I d\vec{l}(x, y, z) \times \vec{B}(x, y, z)$$

- Campo di induzione magnetica generato da una corrente

$$|\vec{B}(x, y, z)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



Caso di due fili percorsi da corrente (1)



Forza che si esercita sul filo 1

$$|\vec{B}_2(x, y, z)| = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}$$

dal filo 2

Campo magnetico prodotto

$$d\vec{F}(x, y, z) = I d\vec{l} \times \vec{B} \rightarrow F(x, y, z) = I_1 l B_2$$

Forza agente sul filo 1

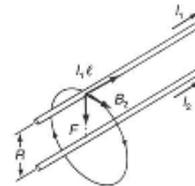
$$\left. \begin{array}{l} |\vec{B}_2(x, y, z)| = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} \\ F(x, y, z) = I_1 l B_2 \end{array} \right\} \rightarrow F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R} l$$

Forza agente sul filo 1 per

B_2



Caso di due fili percorsi da corrente (2)



Forza che si esercita sul filo 2

$$|\vec{B}_1(x, y, z)| = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$$

dal filo 1

Campo magnetico prodotto

$$d\vec{F}(x, y, z) = I d\vec{l} \times \vec{B} \rightarrow F(x, y, z) = I_2 l B_1$$

Forza agente sul filo 2

$$\left. \begin{array}{l} B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R} \\ F(x, y, z) = I_2 l B_1 \end{array} \right\} \rightarrow F = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi R} l$$

Forza agente sul filo 2 per B_1



Definizione operativa di Ampere

$$F = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi R} l$$

L'ampere è l'intensità di corrente che, passando un due idealmente infiniti fili rettilinei e paralleli posti a distanza di 1 metro, genera tra i fili una forza per unità di lunghezza di $2 \times 10^{-7} \text{ N/m}$

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi R}$$



Flusso magnetico e Legge di Gauss

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

L'unità di misura SI per il flusso di induzione magnetica è il Weber (Wb)

$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ Tm}^2$$

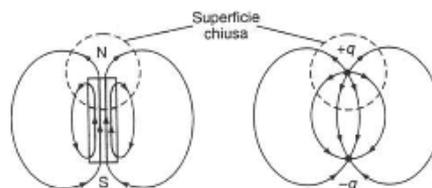


Flusso magnetico e Legge di Gauss

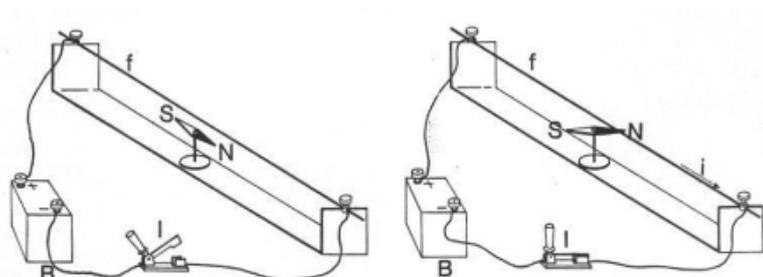
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

- In elettrostatica
 - la carica elettrica è sorgente del campo elettrostatico.
 - La più semplice sorgente è la singola carica puntiforme
- In magnetostatica
 - non esiste la carica magnetica (il monopolio)
 - la sorgente del campo magnetostatico è il dipolo magnetico



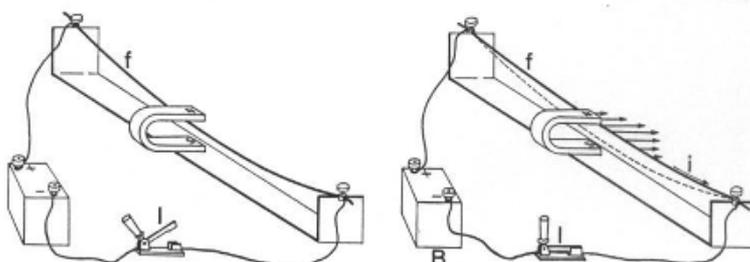
Campo magnetico generato da correnti



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

106

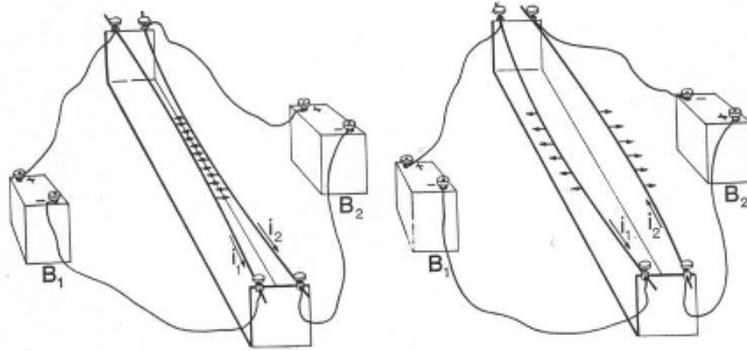
Interazioni delle correnti con B



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

107

Interazioni tra correnti

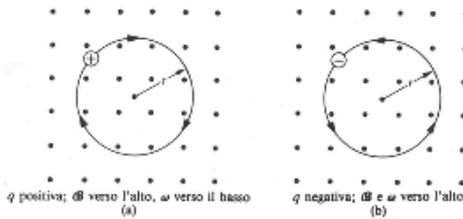
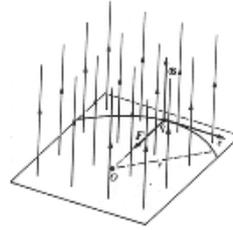


Moto di cariche elettriche in presenza di B



Moto di cariche in presenza di B

$$r = \frac{mv}{qB}$$



q positiva; \vec{B} verso l'alto, ω verso il basso
(a)

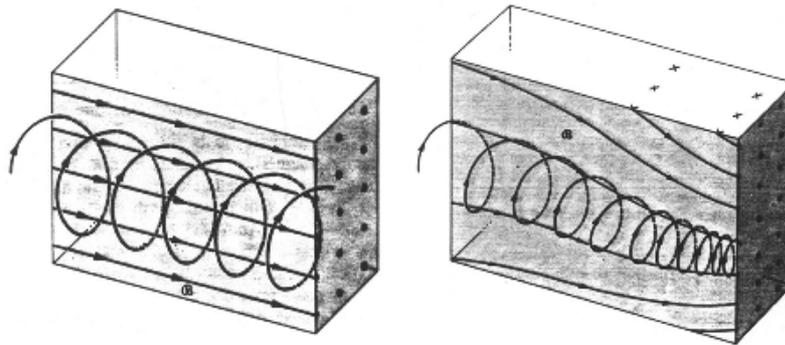
q negativa; \vec{B} e ω verso l'alto
(b)



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

110

Moto di cariche in presenza di B

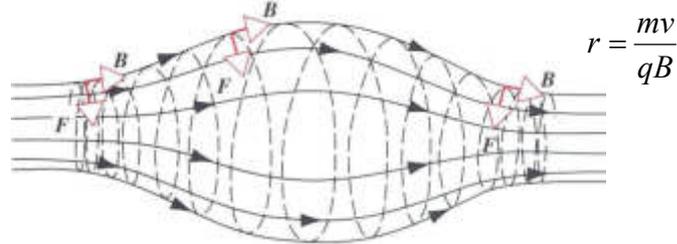


Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

111

Bottiglia magnetica

- Per intrappolare particelle cariche in una regione di spazio si può usare un campo magnetico non uniforme.



- Il moto risultante è quindi quello elicoidale, simile alla spirale di una molla.
- Il campo aumenta nei pressi delle estremità della bottiglia magnetica, e ivi la forza ha una piccola componente diretta verso il centro della regione, che inverte il senso del moto delle particelle e fa sì che ripercorrono la spirale in verso opposto, finché sono alla fine riflesse dall' estremità opposta.

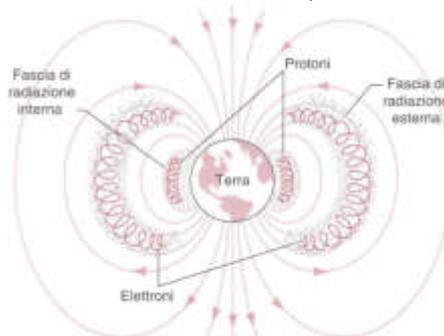


Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

112

Bottiglia magnetica

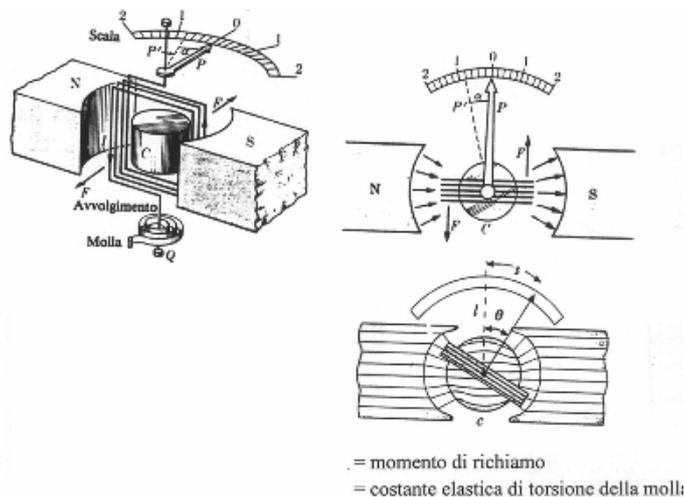
- Elettroni e protoni si trovano intrappolati in due diverse regioni del campo magnetico terrestre e si muovono a spirale avanti e indietro in un tempo di pochi secondi fra le regioni di campo intenso prossime ai poli.
- Queste particelle in rapido movimento sono responsabili delle cosiddette fasce di radiazione di Van Allen, che circondano la Terra.



Fisica (BIO+FARM), A.A. 2024-2025
Prof. Nicola Cavallo

114

Galvanometro a bobina mobile



Galvanometro a bobina mobile

- Se nella bobina circola una corrente di intensità, essa viene sottoposta ad un momento meccanico il cui il modulo é:

$$\vec{\tau} = NI\vec{S} \times \vec{B} \rightarrow |\vec{\tau}| = NISB$$

- La bobina entra in rotazione scostandosi dalla posizione di equilibrio nella quale il momento di richiamo bilancia il momento della forza magnetica:

$$\left. \begin{array}{l} \tau_r = k\varphi \\ \vec{\tau} = NI\vec{S} \times \vec{B} \end{array} \right\} \rightarrow k\varphi = NISB \rightarrow I = \frac{k}{NSB}\varphi$$

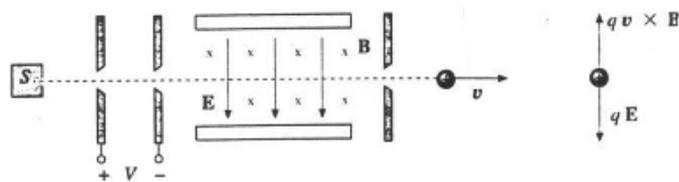
- La corrente che attraversa il galvanometro ha intensità direttamente proporzionale alla deflessione angolare dell'indice.

$$I = \frac{k}{NSB}\varphi \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k \\ N \\ S \\ B \end{array} \right\} \rightarrow \varphi \Rightarrow I(\varphi)$$

Esiste quindi una relazione di proporzionalità diretta tra l'intensità di corrente I e il numero di divisioni n di cui si sposta l'indice sulla scala graduata



Selettore di velocità

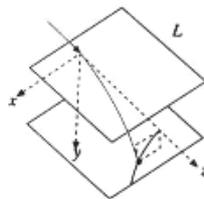
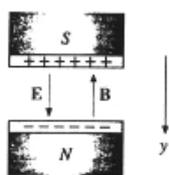


$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_{ELE} &= q\vec{E} \\ \vec{F}_{MAG} &= q\vec{v} \times \vec{B} \end{aligned} \right\} \rightarrow \vec{R} = \vec{F}_{ELE} + \vec{F}_{MAG} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$$

$$v = \frac{E}{B}$$



Spettrometro di massa



$$\left. \begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{E} \rightarrow \text{deviazione } yz \\ \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \text{deviazione } xz \end{aligned} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} x &= \frac{qBL^2}{2mv} \quad (r \gg L) \\ y &= \frac{1}{2} \frac{qE}{m} \frac{L^2}{v^2} \end{aligned} \right.$$

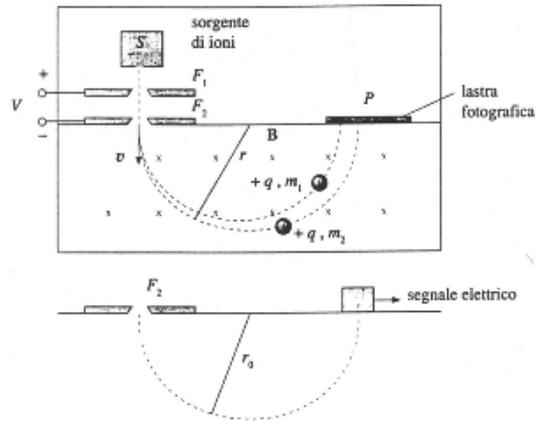
Il luogo dei punti (x, y) all'uscita del dispositivo (su uno schermo distante) è una parabola è dato dall'espressione:

$$y = \frac{2E}{L^2 B^2} \frac{m}{q} x^2$$

ioni egualmente ionizzato e con masse diverse cadono su parabole diverse.



Spettrometro di massa di Dempster



Spettrometro di massa di Bainbridge

