Fenomeni elettrici parte B

Corso di Fisica
A.A. 2024-2025

Sommario

- Flusso di un campo vettoriale, Teorema di Gauss e sue conseguenze
- Distribuzioni di cariche elettriche: dipolo elettrico e strato dipolare
- La capacità di un conduttore. Il capacitore.
- Capacitori in serie ed in parallelo
- Energia elettrostatica
- La corrente elettrica
- Concetto di resistenza elettrica e legge di Ohm
- Forza elettromotrice e circuiti in corrente continua
- Principi di Kirchooff
- Effetto termico della corrente elettrica
- Carica e scarica di un capacitore

Concetto di flusso di un campo vettoriale

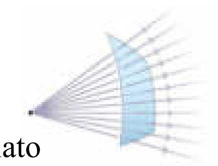
Calcolo del Campo Elettrostatico

Il campo elettrico prodotto da corpi carichi in quiete può essere calcolato in tre modi differenti:

- tramite la *Legge di Coulomb*
  fornisce un modo semplice e diretto per esprimere la forza elettrica
- tramite il calcolo del potenziale elettrostatico e ricavando, successivamente, le componenti del campo elettrostatico
- tramite il *Teorema di Gauss*
  é più ingegnoso, elegante e qualche volta più utile

- Il Teorema di Gauss richiede, rispetto alla legge di Coulomb, <u>strumenti matematici più raffinati</u>, ma in cambio consente una più profonda comprensione dell'interazione elettrica.

Concetto di flusso di un campo vettoriale

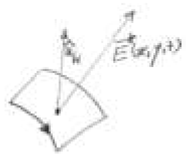


Il flusso di un campo vettoriale dipende:

- dal campo
- dalla superficie rispetto al quale viene calcolato

Campo E uniforme e superficie piana

- Definizione di Vettore Superficie:
  - intensità pari all'area
  - direzione perpendicolare alla superficie stessa
  - verso (ambiguo) se aperta
  - verso (ambiguo) se chiusa verso l'esterno



$$\Delta\vec{S} = \hat{u}_N \Delta S$$

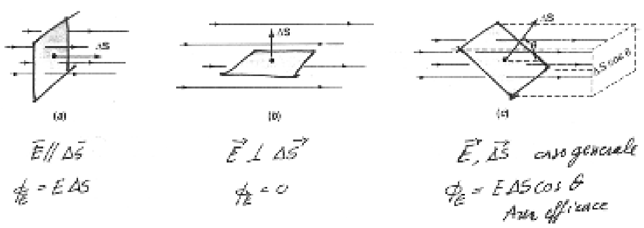
$$\boxed{\Phi = \vec{E} \cdot \Delta\vec{S}} \quad \textit{flusso}$$

Campo E uniforme e superficie piana

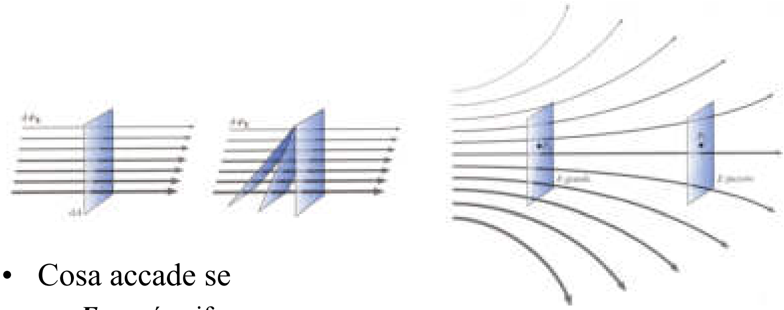
Definizione di Vettore Superficie:

- intensità pari all'area
- direzione perpendicolare alla superficie stessa
- verso (ambiguo) se aperta
- verso (ambiguo) se chiusa verso l'esterno

$$\Phi = \vec{E} \cdot \Delta\vec{S} \qquad \Phi = \left|\vec{E}\right| \cdot \left|\Delta\vec{S}\right| \cos\theta \quad \left[\frac{Nm^2}{C}\right]$$



Campo E uniforme e superficie arbitraria



- Cosa accade se
  - ***E*** non é uniforme o
  - la superficie *S* é arbitraria?
- vediamo
  - Campo ***E*** uniforme e superficie *S* curva
  - Campo ***E*** non uniforme e superficie *S* arbitraria

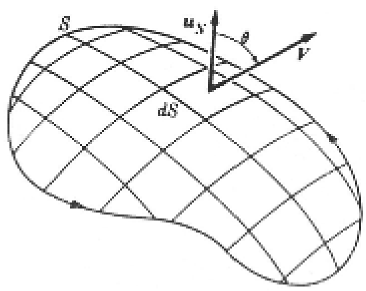
Campo E uniforme e superficie arbitraria

- Consideriamo una superficie *S*
- consideriamo un campo vettoriale ***V****(x,y,z)*
- dividiamo la superficie in superfici infinitesime *dS*

$$d\vec{S} = \hat{u}_N dS$$

$$\Phi = V_1 dS_1 \cos\theta_1 + V_2 dS_2 \cos\theta_2 + V_3 dS_3 \cos\theta_3 + \ldots$$
$$= \vec{V}_1 \cdot \hat{u}_1 dS_1 + \vec{V}_2 \cdot \hat{u}_2 dS_2 + \vec{V}_3 \cdot \hat{u}_3 dS_3 + \ldots$$

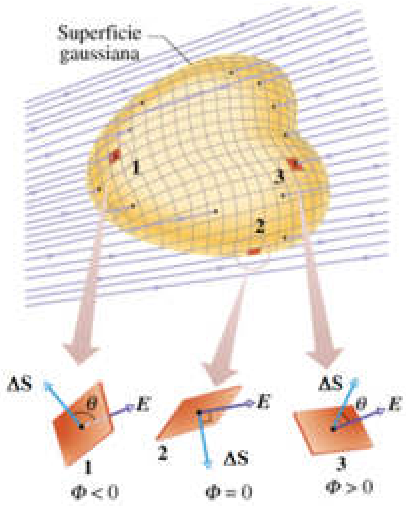
$$\Phi = \int_S V \cos\theta dS = \int_S \vec{V} \cdot \hat{u} dS$$



Concetto di superficie gaussiana:
E' una superficie immaginaria impiegata per definire il flusso e per i calcoli che vedremo.
La sua scelta risulta di fondamentale importanza nell'applicazione della Legge di Gauss.

Superficie arbitraria

- Per convenzione, nel caso di una superficie chiusa, tutti i vettori ΔS sono considerati uscenti dalla superficie.



Teorema di Gauss

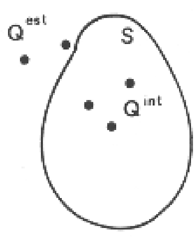
Teorema di Gauss (1)

- Per risolvere questi problemi più complessi occorre procurarsi alcuni ulteriori strumenti metodologici.
- Questi strumenti sono la grandezza fisica "*potenziale elettrico*“ e il "*Teorema di Gauss*" e
- Il Teorema di Gauss vale per qualunque campo vettoriale che
  - sia additivo (Principio di sovrapposizione),
  - che, per sorgenti puntiformi, abbia modulo proporzionale all'inverso del quadrato della distanza (diretta conseguenza della Teorema di Coulomb),
  - sia diretto come la congiungente con il punto sorgente.

Teorema di Gauss (2)

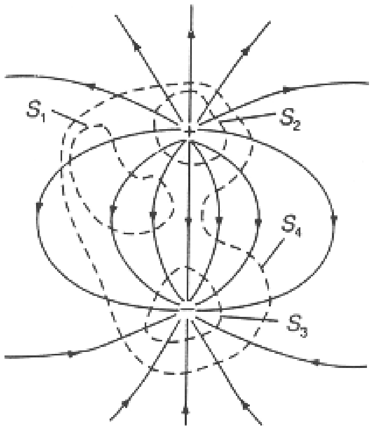
- Il flusso del campo elettrostatico nel vuoto E_o attraverso una superficie chiusa qualunque S é pari alla somma algebrica (nel caso di distribuzione continua di cariche, é pari all'integrale) delle cariche all'interno di S divisa per ε_o.

$$\Phi_E\left(\vec{E}_o\right)=\int_S \vec{E}_o \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_o}\sum q_{interne} = \frac{Q_{TOT}^{interne}}{\varepsilon_o}$$



Esempio di somma algebrica delle cariche

S_1	$\begin{pmatrix} non\ contiene \\ cariche \end{pmatrix}$	$\Phi_E = 0$
S_2	$+q$	$\Phi_E > 0$
S_3	$-q$	$\Phi_E < 0$
S_4	$Q_{tot} = 0$	$\Phi_E = 0$



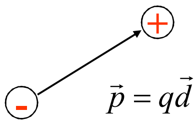
Dipolo elettrostatico

Dipolo elettrostatico

- Due cariche puntiformi $+q$ e $-q$ distanti costituiscono un dipolo.
- Si chiama **momento del dipolo** il vettore:

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

- (con ***d*** orientato dalla carica negativa quella positiva).



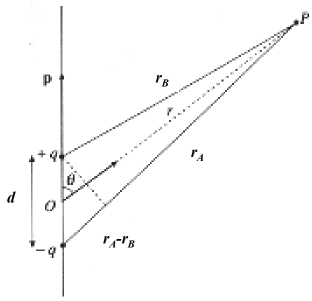
Dipolo elettrostatico

- Il potenziale elettrostatico prodotto in un punto *P(x,y,z)* dal dipolo elettrostatico e':

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_o}\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\frac{(r_A - r_B)}{r_B r_A}$$

- Se il punto P é lontano dal dipolo

$$r >> d \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} r_A - r_B = d\cos\theta \\ r_B r_A = r^2 \end{cases}$$

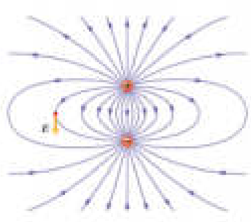


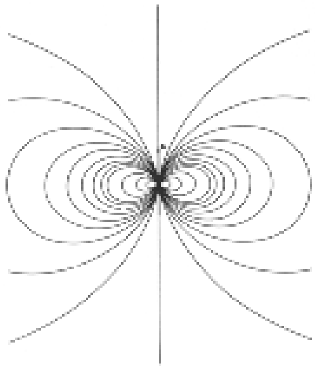
- E quindi

$$V(x,y,z) = \frac{qd\cos\theta}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_o r^2} = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_o r^2} = \frac{\vec{p}\cdot\hat{r}}{4\pi\varepsilon_r\varepsilon_o r^2}$$

Dipolo elettrostatico

- Nonostante nel dipolo elettrico le due cariche siano uguali ed opposte, e quindi la carica totale sia nulla, il fatto che esse siano leggermente separate é sufficiente per causare un campo elettrostatico non trascurabile.

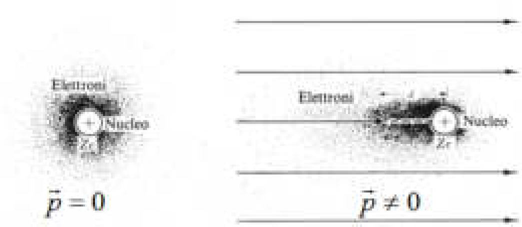




Polarizzazione

Polarizzazione degli atomi

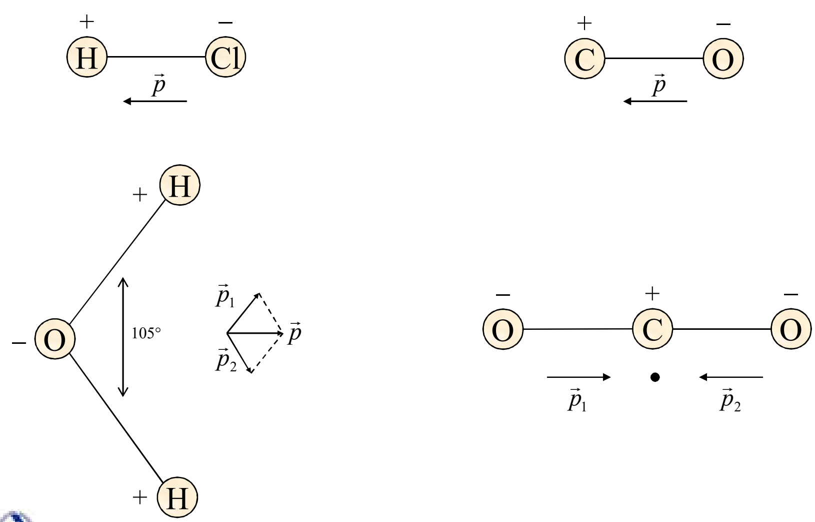
- Negli atomi, il centro di massa degli elettroni coincide col nucleo, e pertanto il momento di dipolo elettrico medio dell'atomo è nullo (***p***=*0*).
- Se l'atomo è all'interno di una zona dove è presente un campo elettrico esterno, le orbite degli elettroni vengono distorte ed il centro di massa degli elettroni viene a trovarsi spostato rispetto al nucleo di una distanza *x* .
- L'atomo è così ***polarizzato*** e possiede un momento elettrico di dipolo ***p*** proporzionale al campo esterno ***E***.



(a) Senza campo esterno

(b) In presenza di campo esterno

Polarizzazione molecolare



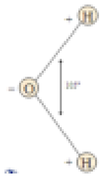
Polarizzazione delle molecole

- Le molecole, invece, <u>possono possedere un momento di dipolo elettrico *permanente*.</u>
- Le molecole di questo tipo sono dette *polari*.
- HCl
  - Per esempio, nelle molecole di HCl, l'elettrone dell'atomo di H nel suo moto si trova più a lungo in vicinanza dell'atomo di Cl che dell'atomo di H. Pertanto, il centro delle cariche negative non coincide più col centro delle cariche positive, e la molecola possiede un momento di dipolo diretto dall'atomo di Cl verso l'atomo di H.
  - Cioè, possiamo scrivere H^+Cl^- .

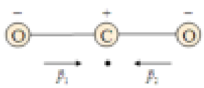
- CO
  - Nella molecola di CO,la distribuzione di carica è solo leggermente asimmetrica, ed il momento di dipolo elettrico è relativamente piccolo; l'atomo di carbonio è situato in corrispondenza al polo negativo della molecola e l'atomo di ossigeno in quello positivo.

Polarizzazione delle molecole

- H_2O
  - In una molecola come quella di H_2O, in cui i due legami H-O formano un angolo leggermente maggiore di 90°, gli elettroni cercano di raggrupparsi intorno all'atomo di ossigeno, che pertanto risulta carico negativamente rispetto agli atomi H. Ciascun legame H-O contribuisce al momento di dipolo elettrico, la cui risultante è, per simmetria, diretta lungo l'asse della molecola.



- CO_2
  - Nella molecola di CO_2 tutti gli atomi sono allineati lungo una medesima retta, e, per simmetria, il momento di dipolo elettrico risultante è nullo.



Polarizzazione delle molecole

- I momenti di dipolo elettrico possono fornire utili informazioni circa la struttura delle molecole.

Tab. 1.2 MOMENTI ELETTRICI DI DIPOLO PER ALCUNE MOLECOLE POLARI*

Molecola	p C m
HCl	$3{,}43 \times 10^{-30}$
HBr	$2{,}60 \times 10^{-30}$
HI	$1{,}26 \times 10^{-30}$
CO	$0{,}40 \times 10^{-30}$
H_20	$6{,}2 \times 10^{-30}$
H_2S	$5{,}3 \times 10^{-30}$
SO_2	$5{,}3 \times 10^{-30}$
NH_3	$5{,}0 \times 10^{-30}$
C_2H_5OH	$3{,}66 \times 10^{-30}$

* Tra le molecole aventi momento elettrico di dipolo nullo sono: CO_2, H_2, CH_4 (metano), C_2H_6 (etano), e CCl_4 (tetracloruro di carbonio).

Polarizzazione delle molecole

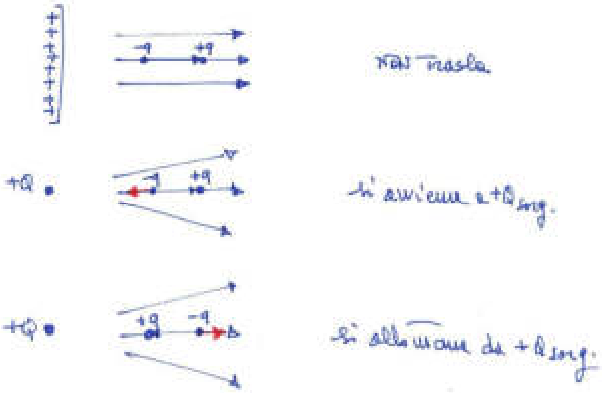
- Un esempio di dipolo elettrico si ha nella conformazione geometrica di alcune molecole che spesso presenta un differente baricentro per le cariche negative (elettroni) e per quelle positive (nuclei), con conseguente presenza di un momento di dipolo elettrico permanente. <u>Ciò, nel caso dell'acqua, assume un'importanza fondamentale per la a vita.</u>

TABELLA 12.2 Momento di dipolo elettrico permanente di varie molecole

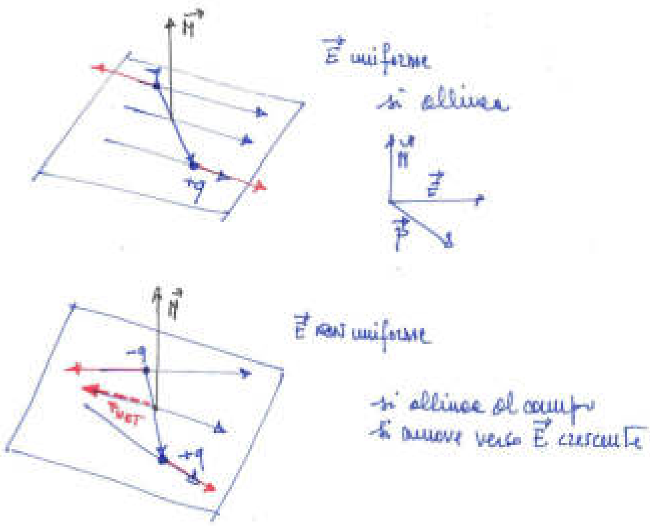
MOLECOLA	FORMULA	MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO PERMANENTE (coulomb · metro)	(debye)
metano	CH_4	zero	zero
cloroformio	$CHCl_3$	$3.4 \cdot 10^{-30}$	1.02
acqua	H_2O	**$6.13 \cdot 10^{-30}$**	**1.84**
metanolo	CH_3OH	$5.66 \cdot 10^{-30}$	1.70
etanolo	C_2H_5OH	$5.63 \cdot 10^{-30}$	1.69
nitrobenzene	$C_6H_5NO_2$	$14.22 \cdot 10^{-30}$	4.27

Traslazione

- Un dipolo elettrostatico orientato parallelamente ad un campo elettrostatico ***E*** non uniforme è sollecitato a muoversi nella direzione nella quale il campo ***E*** aumenta.

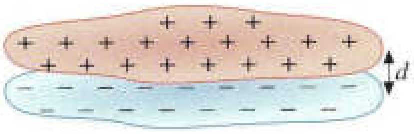


Rotazione



Strato dipolare

- Distribuzione superficiale di cariche positive separate di una distanza *d* da una distribuzione parallela di un pari numero di cariche negative.

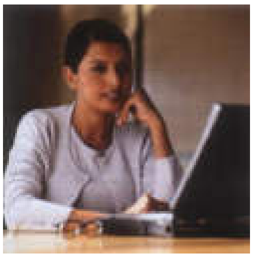


$$\vec{p} = \sigma\vec{d}$$

- La distribuzione di cariche è caratterizzata da una densità superficiale di carica elettrica $\sigma(x,y,z)$ definita come la carica distribuita sull'unità di superficie (densità di carica superficiale):

$$\sigma(x,y,z) = \frac{Q}{S}\left[\frac{C}{m^2}\right]$$

Esempi



Capacità di un conduttore singolo

Capacità di un conduttore singolo

- I materiali possono essere distinti per le loro proprietà elettriche in conduttori, isolanti (o dielettrici) e semiconduttori.
- I **conduttori** sono quei materiali in cui sono presenti cariche elettriche libere di muoversi in seno al materiale stesso.
- Ne sono esempio
  - i metalli (nei quali le cariche libere di muoversi sono elettroni, quelli situati negli orbitali atomici o molecolari più esterni) e
  - i conduttori elettrolitici, come le soluzioni formate da acqua in cui è sciolto un sale o un acido o una base (*nelle quali sono liberi di muoversi gli ioni positivi e negativi derivanti dalla dissociazione dell'elettrolita posto in soluzione*).

Conducibilità (1)

CONDUTTORI | ISOLANTI

- La differenza tra il comportamento dei **conduttori** e quello degli **isolanti** era stata osservata prima della scoperta della conduzione elettrica (quella che conoscete come "*corrente elettrica*").

Un po' di storia

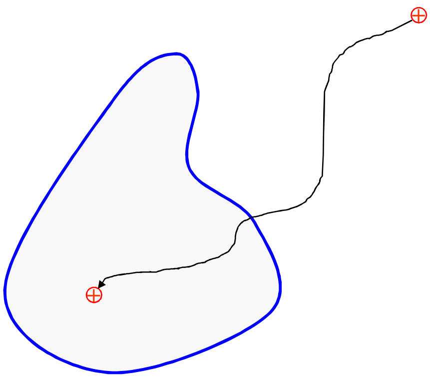
- ***Gilbert*** *aveva classificato le sostanze secondo la loro capacità di essere elettrizzate; egli chiamo "elettrici" i corpi che potevano essere elettrizzati , e "non elettrici" quelli che non potevano essere elettrizzati (ad esempio i metalli).*
- *Dopo che* ***Gray*** *ebbe scoperto la conduzione,* ***Du Fay*** *dimostrò che tutte le sostanze possono essere elettrizzate, ma che si devono isolare accuratamente i "non elettrici" di Gilbert dal suolo (o dallo sperimentatore) perché la carica non sia asportata rapidamente per conduzione.*
- *Usando come rivelatore la sola sensazione fisiologica,* ***Cavendish*** *confrontò le capacità conduttrici di molte sostanze.*

Capacità di un conduttore singolo

- Un **isolante** (detto anche dielettrico), invece, è caratterizzata dalla mancanza o quasi al suo interno di cariche elettriche libere di muoversi.

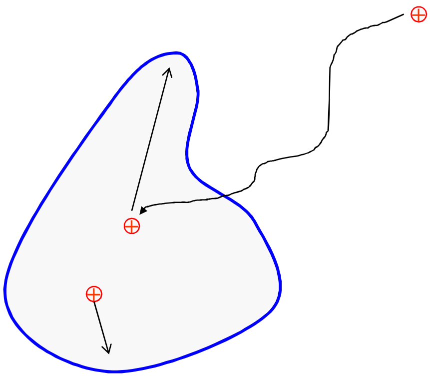
- A metà tra conduttori e isolanti vi sono delle sostanze particolari chiamate **semiconduttori**. Questi materiali sono
  – praticamente isolanti a temperature molto basse,
  – mentre a temperatura ambiente conducono elettricità di un solo segno (positivo o negativo) .

Equilibrio elettrostatico

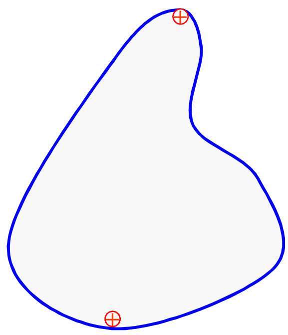


$$L_{\infty B}=\int_{\infty}^{B}\vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{l}(x,y,z)=\frac{(+q)(+q)}{4\pi\varepsilon_o}\left[\frac{1}{r_\infty}-\frac{1}{r_B}\right]$$

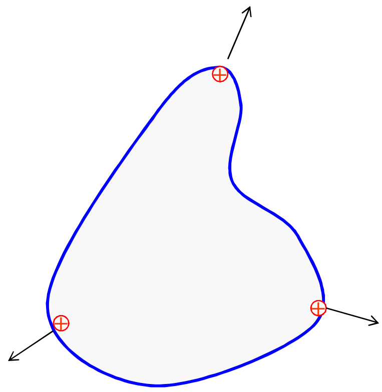
Equilibrio elettrostatico



Equilibrio elettrostatico

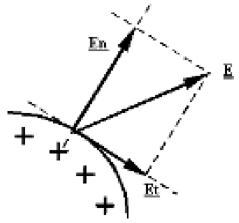


Equilibrio elettrostatico



Distribuzione della carica sul conduttore

- Se a un qualsiasi conduttore isolato viene fornita una certa carica elettrica Q, all'equilibrio questa si distribuisce su tutta la superficie.
- Infatti cariche dello stesso segno si respingono e perciò tendono ad interporre tra di loro la massima distanza possibile.



Teorema di Coulomb

- Lega il valore assunto dal campo elettrostatico ***E*** in prossimità del conduttore ed il valore della densità superficiale $\sigma(x,y,z)$ localmente.

$$\boxed{\vec{E}_o(x,y,z) = \frac{\sigma(x,y,z)}{\varepsilon_o}\hat{n}}$$

- sebbene ***E****(x,y,z)* e $\sigma(x,y,z)$ siano funzioni del punto *P(x,y,z),* il campo elettrostatico ***E*** è determinato da <u>tutte</u> le cariche distribuite sul conduttore e, quindi, la distribuzione di densità superficiale è determinata da tutte le cariche.

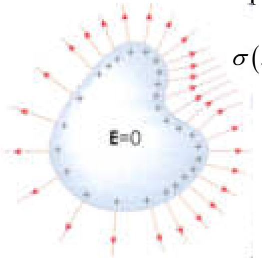
Conduttori

- Nei fenomeni elettrostatici però le cariche sono in equilibrio, quindi ferme, e questa condizione richiede che all'interno di un conduttore il campo elettrostatico debba essere nullo, altrimenti ci sarebbe un moto di cariche, contrariamente all'ipotesi.
- Pertanto in elettrostatica lo stato di un conduttore in equilibrio é definito dalla condizione:

$$\sigma(x,y,z) = \frac{dq}{dS}$$

$\vec{E} = 0$

all'interno di un conduttore



- Si deve intendere che questa è una condizione media macroscopica.

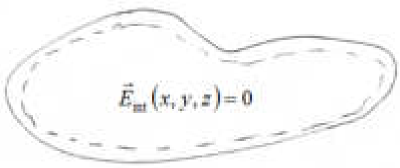
Carica e campo E sulle superfici di un conduttore

Usiamo la Teorema di Gauss per dimostrare che:

- qualunque eccesso di carica su un conduttore deve risiedere interamente sulla superficie del conduttore;
- l'intensità del campo elettrico immediatamente all'esterno del conduttore é perpendicolare alla superficie del conduttore e ha il modulo

$$\frac{\sigma(x,y,z)}{\varepsilon_o}$$

Carica elettrica sulla superficie di un conduttore



1) $E_{int}=0$ ovunque sulla superficie (su qualunque superficie) $\Rightarrow \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{A}=0 \Rightarrow \sum q_i^{eccesso}=0$

2) Se c'è carica in eccesso $\Rightarrow$ sta sulla superficie del conduttore

Campo elettrico immediatamente esterno

Base esterna del cilindretto

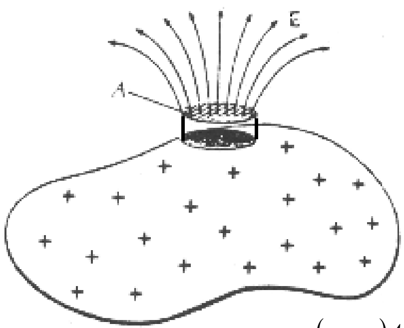
- Se ci fosse una componente del campo elettrico tangenziale, la carica libera presente sul conduttore si ridistribuirebbe fino ad annullarla.
- Si può quindi assumere che esista solo una componente del campo elettrico perpendicolare.

Base interna del cilindretto

- il campo elettrostatico é nullo.

Superficie laterale del cilindretto

- il campo elettrostatico é perpendicolare.



$$\Phi_{E,TOT}=\int_S \vec{E}\cdot\hat{u}dS=\int_S E_n dA = E_n A=\frac{\sigma(x,y,z)A}{\varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

$$E_n(x,y,z)=\frac{\sigma(x,y,z)}{\varepsilon_0}$$

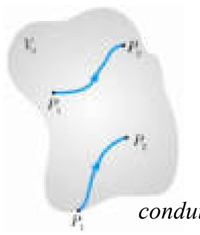
Dimostrazione che V=cost

- Quando la distribuzione ha raggiunto l'equilibrio, i punti alla superficie del conduttore si trovano tutti allo stesso potenziale V Se così non fosse, si avrebbe ancora uno spostamento di cariche (positive) dai punti a potenziale più alto verso quelli a potenziale più basso sotto l'azione del campo elettrico.

Dimostrazione che V=cost

- scelti due qualsiasi punti interni P_1 e P_2

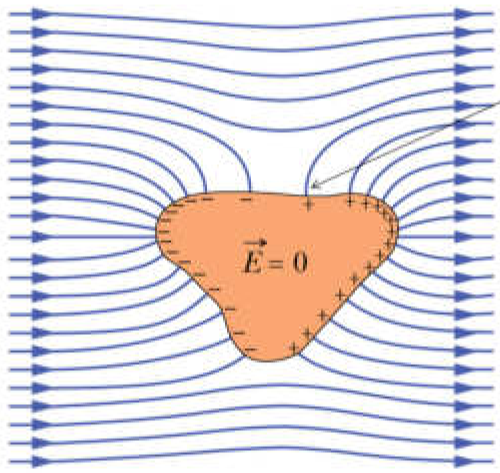
$$V(P_2)-V(P_1)=-\int_{P_1}^{P_2}\vec{E}\cdot d\vec{l} \xrightarrow{\vec{E}=0} V(P_2)=V(P_1)=V_0$$



  - inoltre anche la superficie esterna di un conduttore é una superficie equipotenziale.
  - poiché tutti i punti di un conduttore sono allo stesso potenziale possiamo assegnare un valore del potenziale all'intero conduttore, sempre che esistano condizioni elettrostatiche.

- Ciò <u>non</u> può essere fatto per un isolante poiché il potenziale può essere diverso in differenti punti di un isolante.

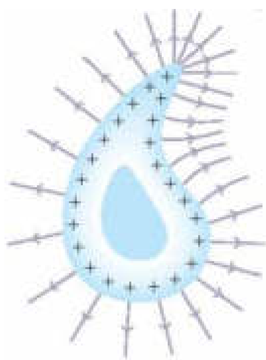
Esempio



$$E_0(x,y,z) = \frac{\sigma(x,y,z)}{\varepsilon_0}\hat{n}$$

Potere dispersivo delle punte

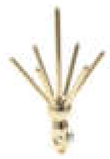
- Per ragioni di simmetria, la carica su un conduttore sferico isolato é distribuita in modo uniforme sulla sua superficie, ma cosa accade se il conduttore non é sferico ?
- La densità di carica $\sigma(x,y,z)$ é costante su tutta la superficie di un conduttore solo se esso è sferico.
- Negli altri casi $\sigma(x,y,z)$ tende ad accumularsi nelle regioni in cui il conduttore presenta una punta (ovvero dove il raggio di curvatura è piccolo) o sporgenza accentuata.
- Il campo ***E*** è, quindi, maggiore in prossimità di zone che hanno una marcata curvatura, mentre é minore nelle zone in cui la superficie é piatta.

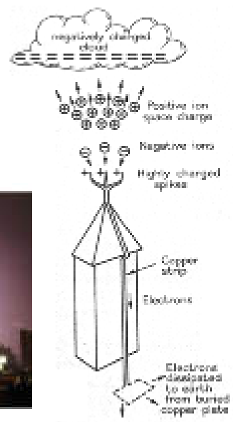


Parafulmine

- L'elevata intensità del campo elettrico in prossimità delle punte può provocare la ionizzazione del mezzo in cui il conduttore e immerso e un conseguente passaggio di cariche per ripristinare l'equilibrio elettrostatico.

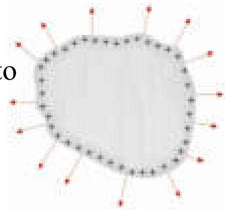
- Il "potere dispersivo" delle punte, cioè la facilitè con la quale le cariche elettriche vengono disperse attraverso la punta di un conduttore, fu scoperto da Benjamin Franklin (1706-1790) che, di fatto, inventò il parafulmine.





Capacitore

Capacità elettrica



- Consideriamo un conduttore nel vuoto, isolato
- Trasferiamo su di esso una carica q
- Q si dispone sulla superficie (σ)
- Trasferiamo una seconda piccola carica q
- In ogni punto della superficie: $\sigma(x,y,z) \propto Q$
- Per il principio di sovrapposizione: $E(x,y,z) \propto Q$
- V (x,y,z) è legato a E(x,y,z) quindi: $V(x,y,z) \propto Q$

- Esiste una relazione di proporzionalità:

$$\boxed{C = \frac{Q}{\Delta V}}$$

CAPACITÀ DI UN CONDUTTORE

Capacità di un conduttore

- Il potenziale di una sfera metallica isolata S_1 avente una carica Q risulta:

$$V_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R} \quad (1)$$

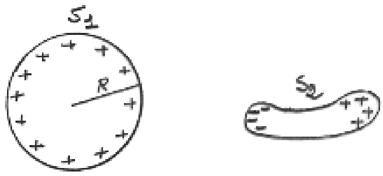
- Se si avvicina alla sfera S_1 un altro conduttore scarico e isolato S_2 di forma arbitraria si noterà un fenomeno di induzione elettrostatica.

- La presenza di S_2 distrugge la simmetria di campo di S_1, la relazione (1) non vale più.

Capacità di un conduttore

- Qualitativamente il potenziale della sfera sarà minore che nel caso precedente con solo S_1 presente; infatti:

$$V_o' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q}{R} - V^-_{indotto} + V^+_{indotto}$$



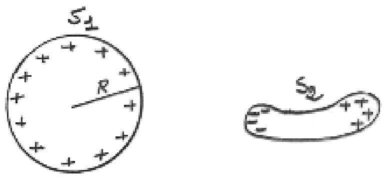
- con

$$\left|V^-_{indotto}\right| > \left|V^+_{indotto}\right|$$

- a causa della dipendenza da $^1/_r$

Capacità di un conduttore

- A parità di carica, il potenziale di S_1 è diminuito, per la sola presenza di $S_2 \Rightarrow$ C aumenta.



- Per riportare la sfera di S_1 allo stesso potenziale di prima, V_0 , occorre fornire ad essa una carica aggiuntiva, quindi maggiore di prima.

Capacità di un conduttore

- La presenza di un secondo conduttore nella vicinanze aumenta la capacità della sfera e l'effetto è tanto maggiore quanto maggiore è la carica indotta, cioè quanto più ci si avvicina alle condizioni di induzione.

- Una carica **positiva** avvicinata ad un oggetto isolato ne **alza** il potenziale

- Una carica **negativa** avvicinata ad un oggetto isolato ne **abbassa** il potenziale

Capacità elettrica

- Un conduttore ha grande capacità se può accogliere grandi trasferimenti di carica senza che ciò provochi grandi variazioni del potenziale.

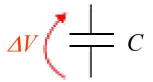
- La capacità di un conduttore è una costante caratteristica del conduttore e dipende da:
  - ***Forma***
  - ***Dimensioni geometriche***
  - ***Mezzo isolante in cui è immerso***

Capacitore (condensatore)

- Chiamiamo "capacitore" (*in alcuni libri è anche detto "condensatore" per la sua proprietà di convogliare le linee di forza del campo elettrostatico*) una struttura meccanica formata da due armature conduttrici poste una di fronte all'altra ad una determinata distanza d fra loro.

- Fra le armature è interposto un materiale isolante o il vuoto.

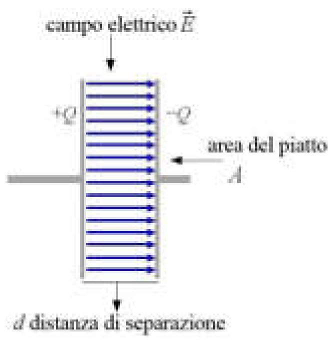
- Se sulle armature sono presenti due cariche $+Q$ e $-Q$, uguali e opposte, si crea tra di loro una differenza di potenziale ΔV .



disegno circuitale del capacitore

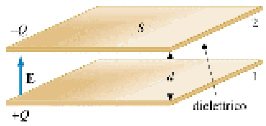
Capacitore

- Poiché la carica elettrica Q si distribuisce in modo uniforme sulle armature del capacitore, essendo d costante, le linee di forza al suo interno corrispondono ad un campo elettrico $\boldsymbol{E}$ uniforme avente modulo $\Delta V/d$.

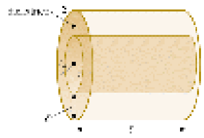


Capacitore piano e cilindrico

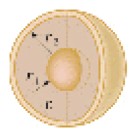
$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r \frac{S}{d}$$



$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r 2\pi \frac{r_2}{\delta} l$$



$$C = \varepsilon_o \varepsilon_r 4\pi \frac{r^2}{\delta}$$

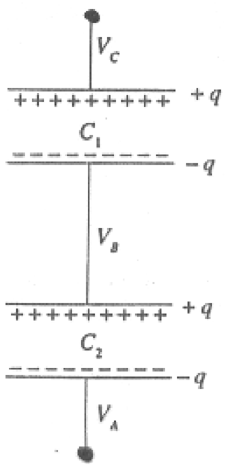


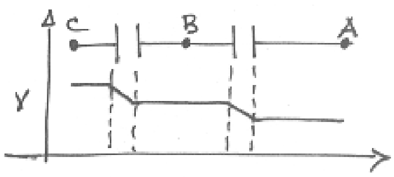
Capacitore

- L'unità di misura della capacità elettrica nel Sistema Internazionale è il *farad* (*F*): un conduttore possiede la capacità di un *farad* quando caricato con *1 coulomb* assume un potenziale pari a *1 volt*.
- Poiché il farad è una unità molto grande, si usano in generale dei sottomultipli
  - microfarad ($\mu F = 10^{-6}\ F$)
  - picofarad ($pF = 10^{-12}\ F$)

Capacitori in serie e parallelo

Capacitori in serie





$$V_C - V_B = \frac{q}{C_1}, \qquad V_B - V_A = \frac{q}{C_2}$$

$$\Delta V = V_C - V_A = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{q}{C_{EQU}}$$

$$\frac{1}{C_{EQU}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

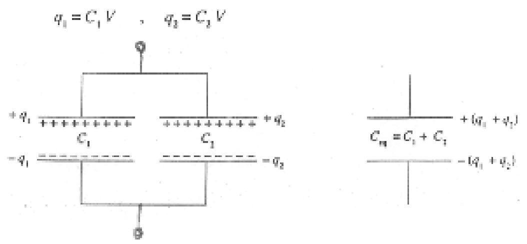
Capacitori in serie

- Il ragionamento si estende a n capacitori in serie:

$$\frac{1}{C_{EQU}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

- Nel collegamento in serie la capacità equivalente è sempre minore della capacità di ciascun capacitore.

Capacitori in parallelo



- CARICA GLOBALE

$$q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)\Delta V$$
$$-q = -q_1 + -q_2 = -(C_1 + C_2)\Delta V$$

- DEFINIZIONE DI CAPACITÀ EQUIVALENTE

$$C_{EQU} = \frac{q}{\Delta V} = C_1 + C_2$$

Capacitori in parallelo

- Due capacitori in parallelo si comportano come un unico capacitore la cui capacità è data dalla somma della capacità dei componenti.

- Il ragionamento si estende a *n* capacitori:

$$C_{EQU} = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

- La capacità equivalente è, dunque, sempre maggiore di quella di ciascun componente.

Energia elettrostatica

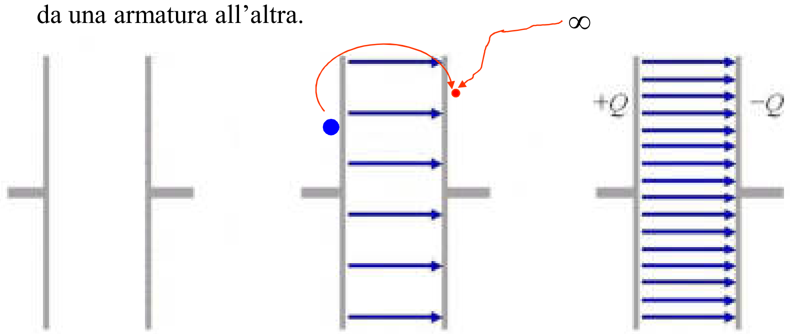
Energia elettrostatica

Introduciamo il concetto di *energia elettrostatica*:

- Prendiamo in considerazione l'energia potenziale delle cariche presenti sulle armature di un capacitore carico,
- sviluppato questo concetto, discutiamo la relazione tra energia elettrostatica e campi elettrici,
- Introduciamo, quindi, il concetto di densità di energia elettrostatica.

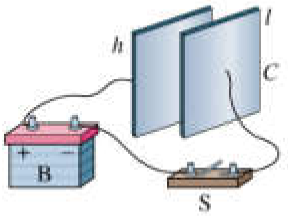
Energia elettrostatica

- Un capacitore scarico ha le due armature prive di una carica in eccesso (essendo formate da atomi "neutri" elettricamente)
- Per caricare un capacitore, ovvero per "separare" le cariche sulle armature, occorre applicare una forza e, quindi, compiere lavoro, sia se le cariche le si trasporta dall'infinito sulle armature che se le si sposti da una armatura all'altra.

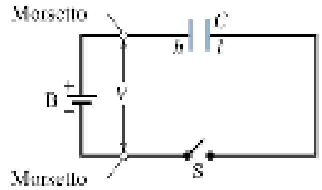


Energia elettrostatica

- Quando una batteria carica un capacitore, compie lavoro per trasferire i portatori di carica da un'armatura all'altra, aumentando la loro energia potenziale. <u>Questo aumento dell'energia potenziale dei portatori di carica costituisce l'energia elettrostatica immagazzinata nel capacitore</u>.



(a)

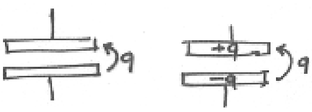


(b)

Energia elettrostatica

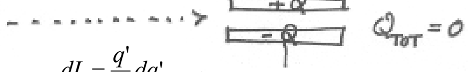
- Vediamo dove è localizzata l'energia elettrostatica.

- L'operazione di carica di un capacitore $(q=0) \rightarrow (+q,-q)$ con una $ddp = \Delta V = {}^{q}/_{C}$ consiste in una separazione di cariche e <u>richiede</u> <u>lavoro esterno</u> (il campo elettrico è conservativo e ciò implica una dipendenza dallo stato iniziale e finale)



$$dL = V'dq'$$

$$dL = \frac{q'}{C}dq'$$



Energia elettrostatica

- Sia U_e l'energia di un capacitore dopo che sia stato caricato fino a raggiungere una carica finale Q e una differenza di potenziale ΔV, qui di seguito indicata con V rispetto ad un potenziale di riferimento di una delle armature.
- Q, V, C sono le grandezze finali raggiunte dopo la carica
- Q', V', C sono le stesse grandezze durante il processo di carica
- Durante la carica, istante per istante:
  - $dL' = dU_e' = V'dQ'$ (con V' energia potenziale per carica unitaria)
  - l'energia totale fornita al capacitore dal processo di carica è:

$$U_e = \int_0^Q V'dQ'$$

  - poiché V' non è costante (e quindi non può essere portata quindi fuori dal segno dell'integrale) sostituiamolo con la definizione $V'=Q'/C$

$$\boxed{U_e = \int_0^Q \frac{Q'}{C} dQ' = \frac{1}{C}\int_0^Q Q'dQ' = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}}$$

  - U $\propto$ quadrato di Q e dipende da C (forma, dimensioni, dielettrico)

Energia elettrostatica

- Servendosi della definizione di capacità possiamo esprimere l'energia di un capacitore carico in termini di due qualsiasi delle tre grandezze Q, C e V:
- $$U_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad U_e = \frac{1}{2}CV^2 \qquad U_e = \frac{1}{2}QV$$

Energia elettrostatica di un capacitore carico

- Il lavoro effettuato contro la forza elettrostatica, che si oppone a un accumulo di cariche dello stesso segno, viene immagazzinato sotto forma di energia (potenziale) elettrostatica

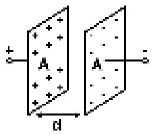
Densità di energia elettrostatica

- Nella discussione precedente abbiamo associato l'energia potenziale elettrostatica del capacitore all'energia potenziale delle cariche.
- Un punto di vista alternativo attribuisce questa energia al campo elettrico che esiste tra le armature.
- Per un capacitore piano

$$\left.\begin{array}{l} C=\varepsilon_o \dfrac{S}{d} \\ V=Ed \end{array}\right\} \rightarrow U_e=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2}\left(\varepsilon_o \frac{S}{d}\right)(Ed)^2=\frac{1}{2}\varepsilon_o E^2(Ad)$$

Densità di energia elettrostatica

$$U_e=\frac{1}{2}\varepsilon_o E^2(Ad)$$



- Il fattore (Ad) è il volume della regione compresa tra i piatti, che corrisponde alla regione sede del campo elettrico (trascurando gli effetti di bordo).
- Poiché l'energia è proporzionale al volume occupato dal campo elettrostatico, possiamo introdurre la densità di energia (o energia per unità di volume) u nello spazio che contiene il campo:

$$u=\frac{U_e}{Ad}=\frac{\frac{1}{2}\varepsilon_o E^2(Ad)}{Ad}=\frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 \qquad \ldots quindi\ldots \qquad u=\frac{1}{2}\varepsilon_o E^2$$

Densità di energia elettrostatica

- Possiamo considerare l'energia potenziale elettrostatica di una distribuzione di carica *associata* al campo elettrico prodotto dalla distribuzione di carica stessa.

- Abbiamo così due espressioni dell'energia elettrostatica:
  - **Legata alle cariche** $U_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$ $\quad U_e = \frac{1}{2}CV^2$ $\quad U_e = \frac{1}{2}QV$

    L'energia è legata alle cariche
    che la possiedono perché
    si trovano ad un certo potenziale
  - **Legata al campo elettrostatico** $U_e = \int_V u\,d\tau = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 d\tau$

Dielettrici

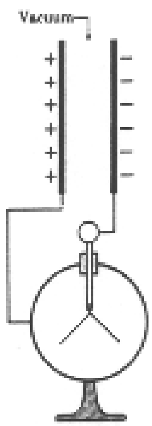
Elettrostatica in presenza di dielettrici

- Nella realtà, lo spazio circostante i conduttori é riempito di materia più o meno densa, solida, liquida o gassosa.

- Dobbiamo, quindi, trattare l'effetto prodotto dalla presenza di materiali isolanti (detti anche *dielettrici*) omogenei e isotropi.

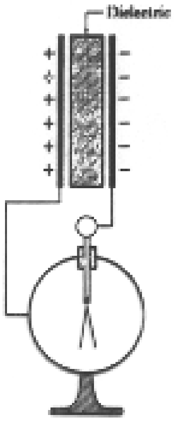
La costante dielettrica

- Sperimentalmente:
  - prendiamo un capacitore
  - poniamo una carica $+Q$ *e* $-Q$ sulle armature (ciò può essere fatto connettendo una batteria e poi sconnettendola)
    - $C_0 = \dfrac{Q}{\Delta V}$
    - per un capacitore piano $C_0 = \varepsilon_o \dfrac{S}{d}$
    - per geometrie differenti $C_0 = f(\varepsilon_o)$
  - misuriamo la differenza di potenziale ai capi dei piatti ΔV_0



La costante dielettrica

- con la stessa geometria
- con la stessa carica Q
- Inseriamo un materiale isolante, omogeneo ed isotropo (neutro)
- misuriamo la differenza di potenziale ai capi dei piatti ΔV
- si nota sperimentalmente che $\Delta V < \Delta V_0$
- la diminuzione della differenza di potenziale da ΔV_0 a ΔV in seguito all'inserimento dell'isolante non può essere attribuita a una riduzione della carica presente sulle armature, perché, se si toglie di nuovo il materiale isolante, il valore della differenza di potenziale torna ad essere di nuovo ΔV_0; ciò non si verificherebbe se la carica delle armature fosse stata alterata durante l'operazione.
- Quindi $C > C_0$



La costante dielettrica

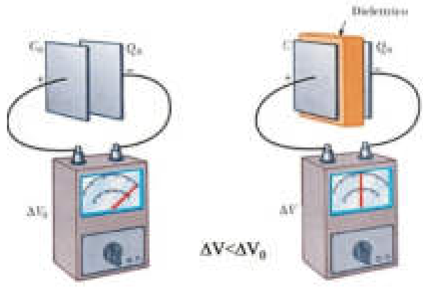
- ripetendo l'esperimento con materiali isolanti differenti, si nota che il rapporto $\dfrac{\Delta V_o}{\Delta V} = \dfrac{V_o}{V}$
- dipende dal tipo di materiale impiegato come isolante.
- Gli isolanti spesso sono chiamati "*dielettrici*" ed il precedente rapporto é chiamato "*costante dielettrica relativa al vuoto*" k oppure ε_r da cui:

$$\varepsilon_r = \frac{C}{C_o} = \frac{\Delta V_o}{\Delta V} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon_r C_o = \varepsilon_r \varepsilon_o \frac{S}{d} = \varepsilon \frac{S}{d} \qquad \varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r > \varepsilon_o$$

$$con \quad \varepsilon_r > 1$$

La costante dielettrica

- L'effetto di un materiale isolante, omogeneo ed isotropo che riempie completamente lo spazio fra le armature interessato dal potenziale generato da un sistema fisso di cariche é quello di diminuire in ogni punto il valore del potenziale (e dunque anche del campo elettrostatico $\boldsymbol{E_o}$) per il fattore ε_r.



Proprietà dei dielettrici

Proprietà di alcuni dielettrici[a]

Materiale	Costante dielettrica relativa ε_r	Rigidità dielettrica (kV/mm)
Aria (1 bar)	1.00054	3
Polistirene	2.6	24
Carta	3.5	16
Olio da trasformatore	4.5	
Vetro *pyrex*	4.7	14
Mica	5.4	
Porcellana	6.5	
Silicio	12	
Germanio	16	
Etanolo	25	
Acqua (25 °C)	78.5	
Acqua (20 °C)	80.4	
Materiale ceramico al titanio	130	
Titanato di stronzio	310	8
Per il vuoto, $\varepsilon_r = 1$.		

[a] Misurate a temperatura ambiente, esclusa l'acqua.

Proprietà dei dielettrici

Tabella 4-1. Proprietà di alcuni materiali dielettrici (a 20 °C).

Materiale	Costante dielettrica relativa $\kappa = \varepsilon_r$	Rigidità dielettrica E_{max}, 10^6 V/m
Vuoto	1	
Gas		
Aria secca (1 atm)	1.00059	3
Anidride carbonica (1 atm)	1.00098	
Elio (1 atm)	1.00007	
Alcool etilico (100 °C, 1 atm)	1.0061	
Liquidi		
Benzene	3.1	
Glicerina	43	
Acqua	80	
Solidi		
Teflon	2.1	60
Polistirolo	2.6	25
Nylon	3.4	14
Carta	3.6	15
Vetro di quarzo	3.8	8
Bachelite	4.9	24
Vetro pyrex	5	14
Neoprene	6.8	12
Ossido di alluminio	10.3	
Titanato di stronzio	≈250	8
Titanato di bario e stronzio	~ [illegible]	

Modello microscopico

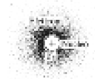
Descrizione molecolare dei dielettrici

- Inserzione di un dielettrico tra le armature di un capacitore:

$$Q = cost \quad \Rightarrow \quad E = \frac{E_o}{\varepsilon_r} < E_o$$

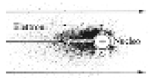
- Origine dell'effetto

$\vec{E}_o = 0 \quad \Rightarrow$



- centro distribuzione delle cariche = posizione nucleo
- orientamento casuale

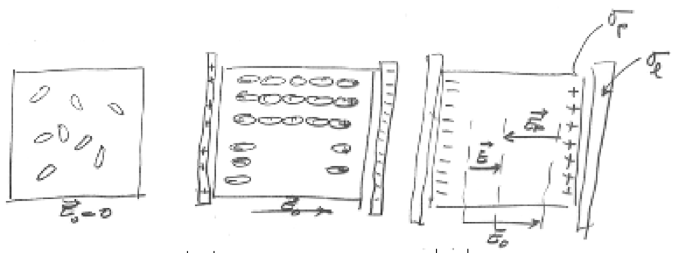
$\vec{E}_o \neq 0$



$$\vec{F}_{NET} = \vec{F}_{NUCLEO \leftrightarrow e^-} + \vec{F}_{\vec{E} \rightarrow separazione} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{P} = \sum_N \vec{p}_i \neq 0$$

- centro spostato rispetto alla posizione del nucleo
- l'atomo diviene polarizzato
- il dipolo **p** si allinea con il campo elettrico
- la polarizzazione (allineamento) é funzione decrescente della temperatura

Descrizione molecolare dei dielettrici



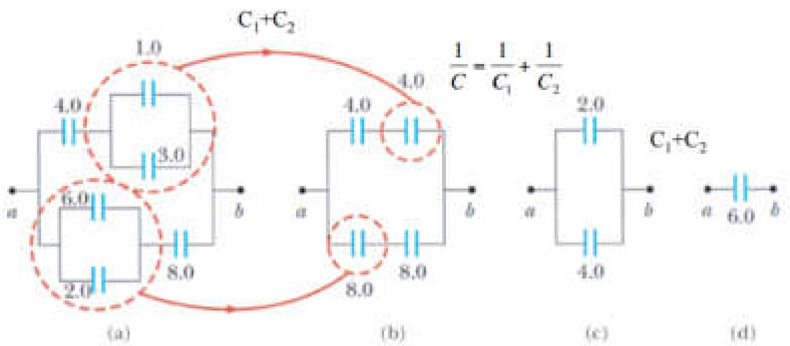
$$\vec{E}_l = \frac{|\sigma_l|}{\varepsilon_o} \qquad \vec{E}_p = \frac{|\sigma_p|}{\varepsilon_o}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_o + \vec{E}_p \xrightarrow{direzione\ x} E = E_o - E_p = \frac{|\sigma_l| - |\sigma_p|}{\varepsilon_o}$$

$$|\sigma_p| = \frac{k-1}{k}|\sigma_l| \xrightarrow{\frac{k-1}{k}<1} |\sigma_p| < |\sigma_l|$$

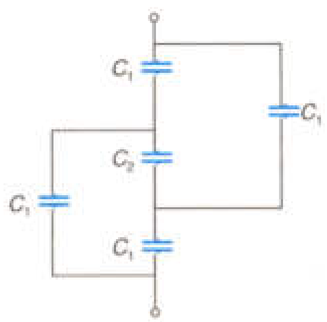
Il dielettrico riduce il campo elettrico all'interno del capacitore

esercizio



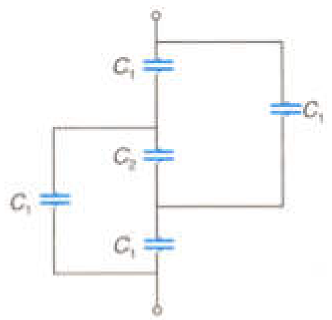
esercizio

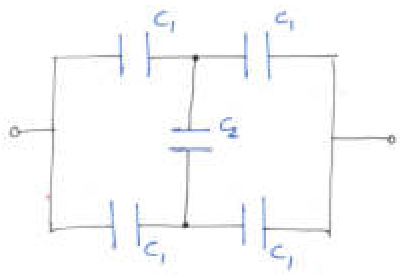
- Qual è la capacità equivalente del sistema rappresentato (risposta C_1)



esercizio

- Qual è la capacità equivalente del sistema rappresentato (risposta C_1)





Corrente elettrica

Conduzione elettrica

- Finora ci siamo occupati di
  - **cariche statiche**

- Ora ci occuperemo di
  - **cariche in movimento** nei conduttori per effetto di campi elettrici (*conduzione elettrica*)

Il concetto di conduzione elettrica

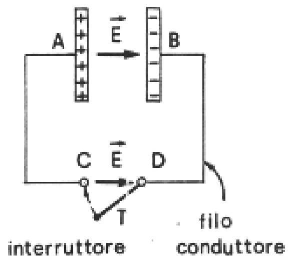
- Concentreremo la nostra attenzione sui conduttori metallici.
- I concetti sviluppati sono estendibili anche ad altri tipi di conduttori:
  - elettroliti,
  - gas ionizzati,
  - etc.
- In elettrostatica $E(x,y,z)=0$ all'interno di un conduttore.
- Tuttavia … se all'interno di un conduttore viene **creato** e **mantenuto** un campo diverso da zero (*per esempio collegandolo ad una batteria*) i portatori di carica del conduttore si spostano, e si ha **conduzione elettrica**.

Corrente elettrica (1)

- Capacitore inizialmente carico alla differenza di potenziale ΔV
- Fra i punti A e B é presente dunque un campo elettrico $\boldsymbol{E}$

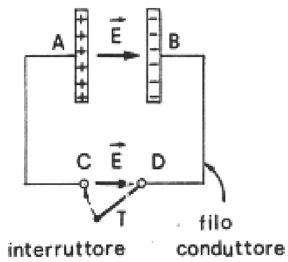
$$\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_C^D \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\Delta V$$

- A un certo istante l'interruttore T viene chiuso, cosicché le due armature risultino fra loro collegate da un filo conduttore.



Corrente elettrica (2)

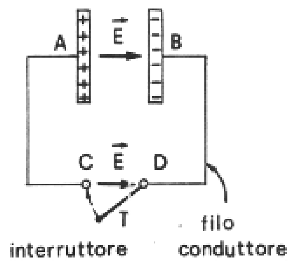
- Subito dopo la chiusura del circuito si osservano sperimentalmente alcuni fatti specifici:
  - ΔV (dunque $\boldsymbol{E}$) descresce rapidamente, tendendo a zero con legge esponenziale,
  - contemporaneamente, tendono a zero le cariche sulle armature "*come se*" le cariche positive si spostassero dall'armatura A verso l'armatura B andando ad annullare le cariche negative inizialmente presenti su quest'ultima,
  - il filo conduttore si scalda,
  - un ago magnetico, presente nelle vicinanze del filo, si muove segnalando un fenomeno che vedremo in seguito.



Corrente elettrica (3)

- Un movimento ordinato di cariche che, globalmente, si spostano da una posizione a un'altra di un materiale si chiama **corrente elettrica** e il fenomeno é un esempio di **conduzione elettrica**.

- Il passaggio di corrente, in questo caso, é un **fenomeno non stazionario** che riguarda solo un breve intervallo **transitorio** di tempo, dopo di che il capacitore si scarica e il movimento di cariche si arresta

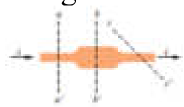


Per una corrente stazionaria (cioè costante nel tempo) occorre una sorgente costante di **ddp** (differenza di potenziale).

Intensità della corrente elettrica

- Consideriamo una superficie Σ tracciata all'interno del conduttore;
- detta Δq la carica che passa attraverso la superficie Σ nel tempo Δt, si definisce **intensità di corrente** la grandezza:

$$i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$



- L'intensità di corrente I é una grandezza scalare, tuttavia assegniamo ad essa un ***verso*** che per convenzione si assume quello dei portatori di carica positivi.
- L'unità SI dell'intensità di corrente elettrica è l'Ampere [A] (Andrè-Marie Ampère, 1775-1836). pari a un Coulomb al secondo:

$$[A] = \left[\frac{C}{s}\right]$$

Generatore di f.e.m.

Generatore di forza elettromotrice

- Perchè ci sia una corrente elettrica non transitoria è necessario disporre di un dispositivo capace di mantenere una differenza di potenziale (costante), e quindi un campo elettrico, tra due conduttori a contatto ovvero tra due punti di uno stesso conduttore.
- Così facendo il flusso di elettroni può durare per molto tempo e quindi nel conduttore si instaura una corrente elettrica stabile in un regime di *equilibrio dinamico* e non più di *equilibrio elettrostatico*.
- Il lavoro necessario per mantenere un moto ordinato di cariche in un circuito chiuso è ottenuto
  - nella pila trasformando energia chimica in energia elettrica
  - trasformazione di energia meccanica in energia elettrica.

Generatori di forza elettromotrice:

- Lo studio dei fenomeni relativi alle correnti elettriche si é sviluppato sistematicamente solo quando é stato possibile realizzare dispositivi capaci di mantenere inalterata la differenza di potenziale (d.d.p) tra due punti A e B anche in presenza di movimenti di cariche in un conduttore di collegamento posto tra A e B. Tali dispositivi appartengono alla categoria dei **generatori di forza elettromotrice**:
  - Pile
  - Accumulatori
  - Macchine elettrogeneratrici
  - Etc.

Pila del Volta

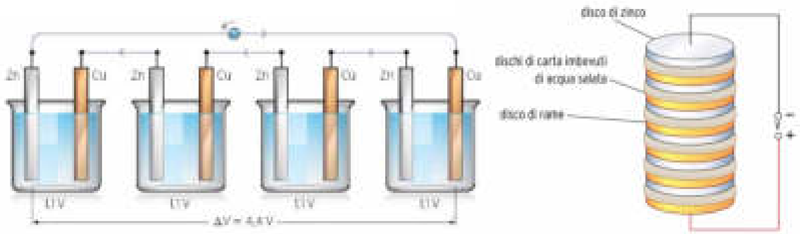
- Alessandro Volta negli anni attorno al 1800 scoprì che se in una soluzione acida (ad esempio acido solforico diluito in acqua) si immergono due diversi conduttori metallici ("elettrodi") ad esempio uno di **rame** e uno di **zinco**, tra in due conduttori si manifesta una d.d.p. (il rame diviene positivo rispetto allo zinco).

- Un dispositivo di questo tipo (detto cella voltaica o pila di Volta) gode della proprietà che se i due elettrodi vengono collegati con un filo conduttore, in questo si manifesta un flusso continuo di cariche senza che la d.d.p. fra gli elettrodi cambi.

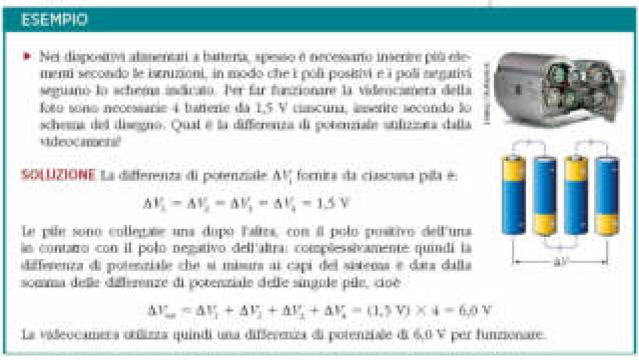
- Nello stesso tempo, nei due elettrodi immersi nella soluzione acida procede una reazione chimica il cui effetto é fra l'altro quello di rifornire agli elettrodi via via nuove cariche, a mano a mano che la carica elettrica fluisce dall'uno all'altro nel conduttore esterno.

Pila del Volta

- Mettendo più celle voltaiche in serie, con gli elettrodi collegati tramite fili conduttori, si ottiene una "*pila*", nella quale la differenza di potenziale risulta data dalla somma delle ΔV di ciascuna cella.



esempio



ESEMPIO

- Nei dispositivi alimentati a batteria, spesso è necessario inserire più elementi secondo le istruzioni, in modo che i poli positivi e i poli negativi seguano lo schema indicato. Per far funzionare la videocamera della foto sono necessarie 4 batterie da 1,5 V ciascuna, inserite secondo lo schema del disegno. Qual è la differenza di potenziale utilizzata dalla videocamera?

SOLUZIONE La differenza di potenziale ΔV_i fornita da ciascuna pila è:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V_3 = \Delta V_4 = 1{,}5\ \text{V}$$

Le pile sono collegate una dopo l'altra, con il polo positivo dell'una in contatto con il polo negativo dell'altra: complessivamente quindi la differenza di potenziale che si misura ai capi del sistema è data dalla somma delle differenze di potenziale delle singole pile, cioè

$$\Delta V_{tot} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3 + \Delta V_4 = (1{,}5\ \text{V}) \times 4 = 6{,}0\ \text{V}$$

La videocamera utilizza quindi una differenza di potenziale di 6,0 V per funzionare.

Esempi di sorgenti f.e.m.

- Batteria (energia chimica → corrente)
- Termocoppia (differenza di temperatura → corrente)
- Celle solari (energia e.m. → corrente)
- Dinamo (energia meccanica → corrente)

Modello microscopico

Conduzione elettrica

- Un conduttore metallico solido può essere pensato nella maggior parte dei casi come una <u>struttura reticolare tridimensionale</u> di atomi fissi (ioni positivi disposti nei vertici del reticolo stesso) con un grandissimo numero di elettroni liberi (uno o più elettroni per atomo) di muoversi all'interno del conduttore e, salvo condizioni particolari, impossibilitati ad uscire dal conduttore stesso.

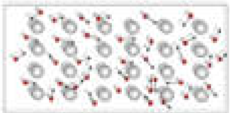
- <u>In un metallo gli elettroni liberi sono gli unici portatori mobili di carica</u>.
- Numero degli elettroni di conduzione:

$$n = \frac{N_A \rho}{A} = \frac{6.022 \cdot 10^{26} \cdot 8.96 \cdot 10^{3}}{63.55} = 8.49 \cdot 10^{28} \quad elettroni/m^3 \quad RAME$$

$$n = \frac{N_A \rho}{A} = \frac{6.022 \cdot 10^{26} \cdot 10.5 \cdot 10^{3}}{107.87} = 5.86 \cdot 10^{28} \quad elettroni/m^3 \quad ARGENTO$$

- Il moto degli elettroni liberi in un conduttore in equilibrio elettrostatico è completamente <u>disordinato</u> e <u>non esiste una direzione preferenziale</u> per gli elettroni

$$\boxed{\langle v \rangle = \frac{1}{N} \sum_i v_i}$$



Velocità di drift (1)

- Conduttore
  - struttura reticolare di atomi con un grande numero di elettroni di conduzione (circa 10^{22} elettroni liberi per cm^3 per il rame Cu)
- Assenza di un campo esterno ***E***
- Gas di elettroni
  - in assenza di campi elettrici ***E*** gli elettroni sono animati dalla sola agitazione termica, urtano contro gli ioni del reticolo e sono in equilibrio termico

$$\left.\begin{array}{c} AGITAZIONE\ TERMICA \\ URTI\ CON\ GLI\ IONI\ RETICOLARI \end{array}\right\} \Rightarrow EQUILIBRIO \quad TERMICO$$

Velocità di drift (2)

Effetto di un campo elettrico esterno $\vec{E}$

Campo $\vec{E}$ La presenza in un conduttore di un campo elettrico $\vec{E}$ esterno applicato, esercita una forza su ciascuno dei portatori di carica del conduttore causandone il moto attraverso il materiale.

$$\vec{E} = cost \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = cost$$

tuttavia i portatori subiscono innumerevoli interazioni con il materiale; quindi l'effetto congiunto di queste interazioni e del campo elettrico esterno porta ad una velocità di regime media che viene chiamata **velocità di drift**.

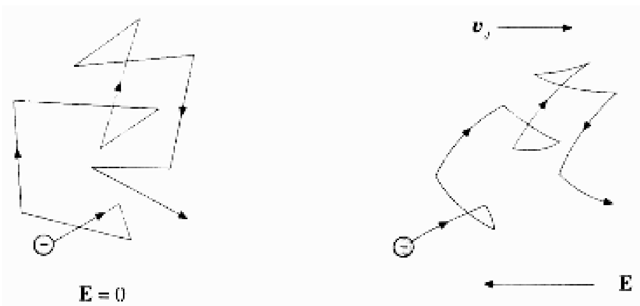
$$v_d = \langle v \rangle = \frac{1}{N}\sum_i v_i$$

$$\left.\begin{array}{l} v_d \approx mm/\sec \\ v_T \approx 10^2\, km/\sec \end{array}\right\} \rightarrow \quad v_d << v_T$$

- Malgrado la velocità di drift sia piccola, rispetto a quella di agitazione termica, ciò non impedisce ai segnali elettrici di propagarsi a velocità prossime a quella della luce.

- Ciò che si propaga é chiaramente il campo elettrico $\vec{E}$, all'arrivo di questo campo inizia il moto di drift degli elettroni di conduzione in tutti i punti del conduttore ove il campo elettrico é presente.

Velocità di drift (3)



Legge di Ohm

Resistenza e Legge di Ohm

- Il passaggio di corrente elettrica in regime stazionario in conduttori metallici (e in altri solidi omogenei e isotropi cosidetti "*ohmici*") é regolato entro ampi intervalli di variabilità dei parametri in gioco dalla Legge di Ohm.

- Nella realtà la Legge di Ohm

  – *non è una legge fondamentale della natura*

  ma ...

  – *una descrizione empirica di una proprietà condivisa da molti conduttori*.

Resistenza e Legge di Ohm

- Consideriamo un conduttore metallico e due sue sezioni S_A e S_B

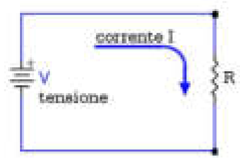
- Applichiamo tra S_A e S_B una differenza di potenziale costante nel tempo $\Delta V = V_A - V_B > 0$

- Sperimentalmente si trova (Ohm prima metà dell'800):
  - Fino a che ΔV non raggiunge valori così elevati da indurre scariche che danneggino irreversibilmente il materiale del conduttore, sussiste in ottima approssimazione una relazione di proporzionalità tra ΔV e la corrente I che fluisce tra A e B.

$$\Delta V = V_A - V_B \propto I$$

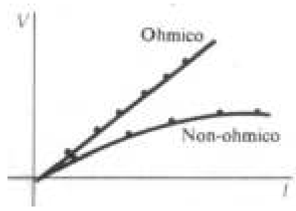
Resistenza e Legge di Ohm

- Se si studia la curva caratteristica del conduttore studiato si può notare che



$$\frac{V_A - V_B}{I} = cost = R$$

- La costante di proporzionalità é chiamata **resistenza elettrica** del conduttore



Resistenza

- La resistenza di un conduttore dipende dalle seguenti caratteristiche (geometriche e strutturali):
  - Dimensioni
  - Forma
  - Materiale

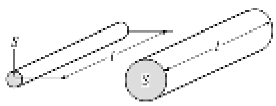
Resistenza

- Consideriamo un conduttore con lunghezza *l* ed area *S*
- Applicando una d.d.p ΔV
- in esso fluisce una corrente di intensità I
- la resistenza del conduttore é

$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

In generale, variando sia lunghezza che area *S* a si nota che:

$$\left.\begin{array}{r} l,S \\ 2l,S \\ l,2S \end{array}\right\} \Rightarrow R \propto \frac{l}{S}$$



Resistività ρ

- La resistenza dipende anche dal materiale che costituisce il conduttore e viene rappresentata da una caratteristica intrinseca del conduttore chiamata resistività ρ.
- In definitiva:

$$R = \rho \frac{l}{S} \qquad \left[\Omega \frac{m^2}{m}\right] = [\Omega m]$$

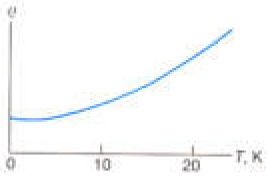
RESISTIVITA' DI UN MATERIALE A SEZIONE COSTANTE

Dip. di ρ dalla temperatura (1)

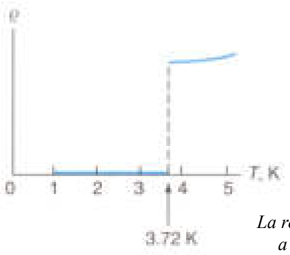
- La resistività nella maggior parte dei conduttori metallici "puri" é una funzione crescente temperatura.
- In un intervallo limitato di temperature (qualche decina di gradi centrigradi) attorno a T = 20°

$$\rho(T) = \rho_o(1 + \alpha T) \quad \begin{cases} \rho_o = \textit{resistività a } 20°C \\ \alpha = \dfrac{1}{\rho_o}\dfrac{\Delta\rho}{\Delta T} \quad \textit{coefficiente termico} \end{cases}$$

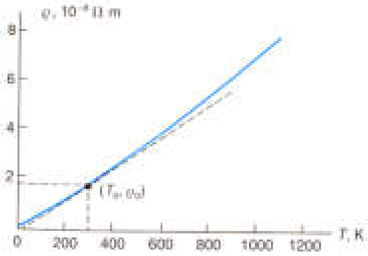
Dip. di ρ dalla temperatura (2)



Andamento tipico della resistività in un metallo a basse temperature



*La resistività dello **Stagno** a basse temperature.*
Il materiale diventa superconduttore al di sotto di 3.72 °K



*Resistività del **Rame**.*
Nella regione prossima a (T_0,ρ_0) la curva è approssimativamente una retta

Dip. di ρ dalla temperatura (3)

TABELLA 26.1 Resistività di alcune sostanze a temperatura ambiente (20 °C)

Sostanza	Resistività ρ ($\Omega \cdot m$)	Coefficiente termico di resistività α (K^{-1})
	Metalli tipici	
Argento	$1{,}62 \cdot 10^{-8}$	$4{,}1 \cdot 10^{-3}$
Rame	$1{,}69 \cdot 10^{-8}$	$4{,}3 \cdot 10^{-3}$
Alluminio	$2{,}75 \cdot 10^{-8}$	$4{,}4 \cdot 10^{-3}$
Tungsteno	$5{,}25 \cdot 10^{-8}$	$4{,}5 \cdot 10^{-3}$
Ferro	$9{,}68 \cdot 10^{-8}$	$6{,}5 \cdot 10^{-3}$
Platino	$10{,}6 \cdot 10^{-8}$	$3{,}9 \cdot 10^{-3}$
Manganina[a]	$48{,}2 \cdot 10^{-8}$	$0{,}002 \cdot 10^{-3}$
	Semiconduttori tipici	
Silicio puro	$2{,}5 \cdot 10^{3}$	$-70 \cdot 10^{-3}$
Silicio di tipo n[b]	$8{,}7 \cdot 10^{-4}$	
Silicio di tipo p[c]	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	
	Isolanti tipici	
Vetro	$10^{10} - 10^{14}$	
Quarzo da fusione	$\sim 10^{16}$	

[a] Lega specificamente progettata per avere un basso valore di α.
[b] Silicio puro «drogato» con impurità di fosforo fino ad avere una densità di portatori di carica pari a 10^{23} m^{-3}.
[c] Silicio puro «drogato» con impurità di alluminio fino ad avere una densità di portatori di carica pari a 10^{21} m^{-3}.

esempio

▸ Una lampadina a basso consumo è alimentata da una corrente continua di 560 mA prodotta da un pannello fotovoltaico. Quanti elettroni attraversano un polo della lampadina in un'ora di funzionamento?

SOLUZIONE Invertendo la formula rispetto alla quantità di carica ΔQ, si ha:

$$\Delta Q = i\Delta t = 560 \times 10^{-3}\ \text{A} \times 3600\ \text{s} = 2{,}02 \times 10^{3}\ \text{C}$$

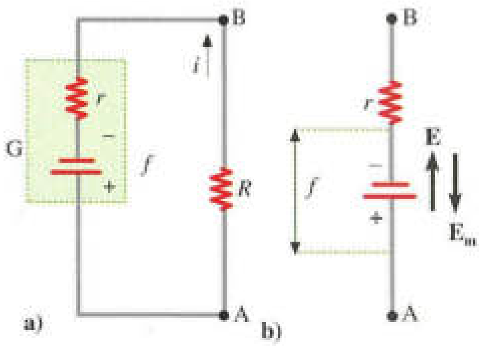
Tale quantità di carica è dovuta a un numero di elettroni N dato da:

$$N = \frac{\Delta Q}{e} = \frac{2{,}02 \times 10^{3}\ \text{C}}{1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}26 \times 10^{22}$$

Forza elettromotrice

Forza elettromotrice

- Il passaggio di una corrente elettrica continua (stazionaria) attraverso un conduttore necessità di una d.d.p. ai capi del conduttore mediante un opportuno dispositivo chiamato generatore di forza elettromotrice.



- Esempi di generatore:
  - pila (batteria elettrica)
  - accumulatore elettrico
  - dispositivi termoelettrici
  - dispositivi fotoelettrici
  - dispositivi fotovoltaici

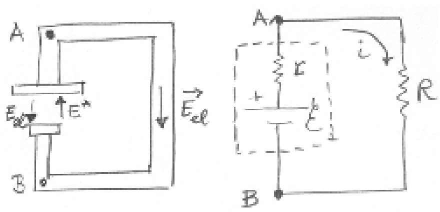
Campo elettromotore

- Consideriamo il circuito mostrato a lato

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = RI$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = R_{TOT} I$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_A^B \left(\vec{E}\cdot d\vec{l}\right)_{ext} + \int_B^A \left(\vec{E}\cdot d\vec{l}\right)_{int} = 0$$



- Il passaggio di una carica positiva all'interno del generatore dal polo negativo B a quello positivo A non può avvenire per effetto del campo elettrostatico $\boldsymbol{E}_{el}$; all'interno del generatore deve esserci un campo $\boldsymbol{E}$ di natura non elettrostatica (campo elettromotore) per cui il campo elettrico $\boldsymbol{E}$ che esiste nel circuito vale:

$\vec{E} = \vec{E}^* + \vec{E}_{el}$ all'interno del generatore

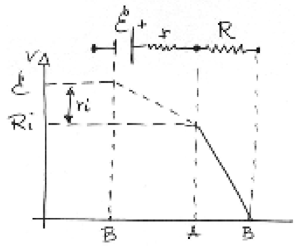
$\vec{E} = \vec{E}_{el}$ nel conduttore

Campo elettromotore

- La f.e.m del campo elettrico ***E*** è data da:

$$f.e.m. = \oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_{el}\cdot d\vec{l} + \int_B^A \left(\vec{E}^* + \vec{E}_{el}\right)\cdot d\vec{l} = \int_A^B \vec{E}^*\cdot d\vec{l}$$

- Il campo elettrico ***E*** <u>non é conservativo</u> (azioni meccaniche, reazioni chimiche etc.)
- La sua f.e.m. é uguale alla tensione del campo elettromotore $\boldsymbol{E}^*$ calcolata lungo una linea interna al generatore che va da B ad A.
- Il dispositivo che genera il campo elettromotore sfrutta azioni diverse:
  - Azioni meccaniche
  - Reazioni chimiche (pile, accumulatori)
  - Induzione elettromagnetica
  - Pile termoelettriche
  - Celle solari
  - Etc.

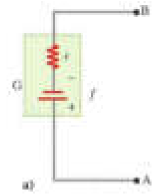


Forza elettromotrice (definizione)

- DEF: Si definisce forza elettromotrice (f.e.m.) di un generatore elettrico il *lavoro* che il <u>campo elettromotore</u> compie per far percorrere ad una carica unitaria positiva l'intero giro del circuito.
- Un campo elettromotore può avere diverse origini:
  - origine chimica,
  - origine meccanica,
  - origine termica,
  - …

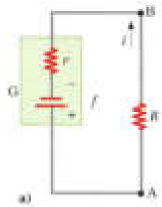
Forza elettromotrice (misura)

- La f.e.m. di un generatore è uguale alla d.d.p. misurata ai suoi morsetti quando non eroga corrente (*circuito aperto*).



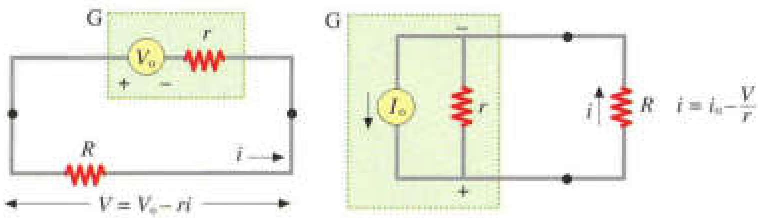
- A *circuito chiuso*, è necessario tenere conto della resistenza interna *r*:

$$V_A - V_B = f.e.m. - ri$$
$$V_A - V_B = Ri$$



Generatori ideali

- R»r (generatore ideale di d.d.p.)
  - La d.d.p. ai morsetti non dipende dalla corrente erogata
- R«r (generatore ideale di corrente)
  - La corrente erogata non dipende dalla d.d.p. ai morsetti



a) generatore di d.d.p. b) generatore di corrente

Resistori in serie e parallelo

Concetto di resistenza equivalente

- La resistenza equivalente di un sistema di resistenze é quella di una singola resistenza che, usata in luogo del sistema, produce il medesimo effetto esterno.

- Per produrre lo stesso effetto, questa unica resistenza deve far passare la stessa intensità di corrente che percorre il sistema quando la differenza di potenziale ai suoi capi é uguale a quella applicata ai capi del sistema.

$$R_{eq} = \frac{\Delta V}{I}$$

Resistori in serie

- In regime stazionario l'intensità di corrente che li attraversa é la stessa
- La differenza di potenziale ai loro capi é differente
- Applicando la legge di Ohm:

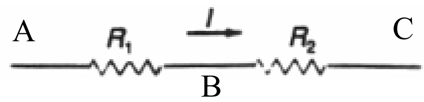
$$V_A - V_B = R_1 I \quad V_B - V_C = R_2 I$$

$$V_A - V_C = (R_1 + R_2)I = R_{eq} I \quad \rightarrow \quad \boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

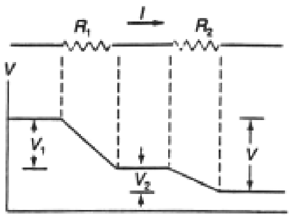
- La generalizzazione a un qualsiasi numero di resistori in serie porta a:

$$R_{eq} = \sum_N R_i$$

- la resistenza equivalente é sempre maggiore del valore di ciascuna resistenza



Resistori in serie



Resistori in parallelo

- In regime stazionario la differenza di potenziale ai capi é la stessa
- I due resistori sono attraversati da due correnti differenti I_1 e I_2
- La corrente totale deve essere la somma delle due correnti parziali: $I = I_1 + I_2$
- Applicando la legge di Ohm:

$$I_1 = \frac{V}{R_1} \quad I_2 = \frac{V}{R_2}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{V}{R_{eq}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

- Le correnti nei due resistori sono:

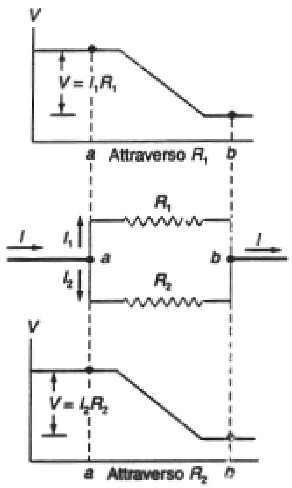
$$I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \qquad I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I$$

- La generalizzazione a un qualsiasi numero di resistori in serie porta a:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_N \frac{1}{R_i}$$

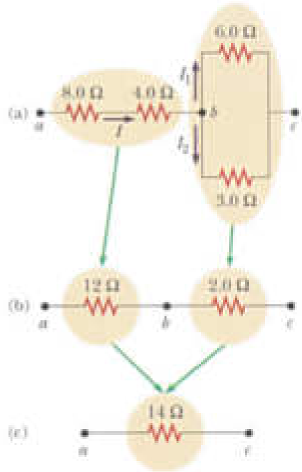
- la resistenza equivalente é sempre minore del valore di ciascuna resistenza

Resistori in parallelo



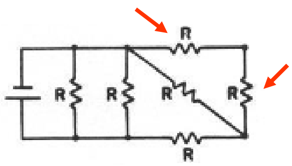
esercizio

$8\,\Omega + 4\,\Omega$

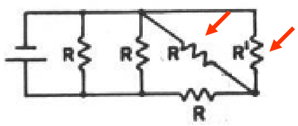


$$\frac{1}{6}\Omega^{-1} + \frac{1}{3}\Omega^{-1} = \frac{1}{2}\Omega^{-1}$$

Resistenza equivalente

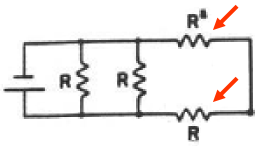


$$R' = R + R = 2R$$

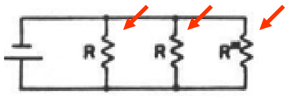


$$\frac{1}{R''} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} = \frac{3}{2R}$$

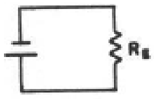
Resistenza equivalente



$$R''' = R''+R = \frac{2}{3}R + R = \frac{5}{3}R$$



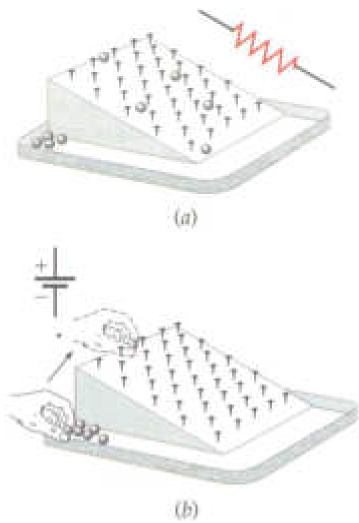
$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{1}{R'''} = \frac{13}{5R}$$



$$R_E = \frac{5}{13}R$$

Analogia meccanica R - f.e.m.

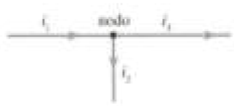
- Quando le bilie scendono rotolando lungo il piano inclinato, la loro energia potenziale si converte in energia cinetica, che si converte in calore per effetto degli urti contro i chiodi infissi nel piano.
- Il sollevamento delle bilie di nuovo sulla sommità consiste nello spostamento tra una zona a bassa energia potenziale ad una con energia superiore, convertendo la propria energia chimica interna in energia potenziale delle bilie



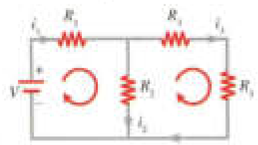
Principi di Kirchhooff

1° e 2° Principio di Kirchhoff

I Principio di Kirchhoff



II Principio di Kirchhoff



I Principio di Kirchhoff
La somma algebrica delle intensità di corrente in un nodo è uguale a zero:
$i_1 - i_2 - i_3 = 0$.

II Principio di Kirchhoff
In ciascuna maglia la somma algebrica delle cadute di potenziale nelle resistenze è uguale alla d.d.p. del generatore, se è presente, oppure a zero se nella maglia non vi è generatore:

$$\begin{cases} i_1R_1 + i_2R_2 = V \\ i_3R_3 + i_3R_4 - i_2R_2 = 0 \end{cases}$$

(fissato un verso convenzionale di circolazione della corrente e ricordando che la d.d.p. dell'eventuale generatore è da intendersi positiva se la corrente ha verso dal polo negativo al polo positivo).

Effetti termici della corrente

Effetti termici della corrente

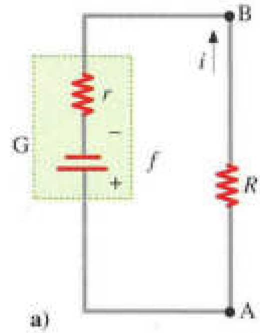
- Consideriamo un conduttore metallico percorso da una corrente di intensità i.
- La corrente è dovuta agli elettroni che si muovono sotto l'azione del campo elettrico creato nel conduttore dal generatore.
- Il moto degli elettroni di conduzione viene tuttavia ostacolato da continui urti con gli altri elettroni e con gli ioni del metallo.
- L'energia cinetica, che un elettrone acquista nel tratto tra una collisione e la successiva, viene ceduta, in parte, durante le collisioni, agli atomi del reticolo cristallino, che di conseguenza aumentano la propria energia di agitazione termica.

Effetti termici della corrente

- il lavoro compiuto dal generatore per fare percorrere a una carica Δq il circuito esterno è:

$$L = i\Delta V\Delta t$$

$$W = \frac{L}{\Delta t} \quad \rightarrow \quad W = i\Delta V$$



Per conduttori "ohmici":

$$W = i\Delta V = \frac{\Delta V}{R} = i^2 R \quad (Watt)$$

Esempio della lampadina

Per una comune lampadina di 60 W di potenza nominale, funzionante a 220 V, trovare (1) la corrente, (2) la resistenza e (3) il costo del suo funzionamento per 24 ore, se l'energia elettrica costa 0.11 euro per ogni kilowatt-ora.

Soluzione (1) Poiché la potenza W in qualsiasi elemento del circuito è data dal prodotto (12.60) $W = i\,\Delta V$, abbiamo

$$i = \frac{W}{\Delta V} = \frac{60\ \mathrm{W}}{220\ \mathrm{V}} = 0.27\ \mathrm{A}.$$

(2) La resistenza è:

$$R = \frac{\Delta V}{i} = \frac{220\mathrm{V}}{0.27\mathrm{A}} = 815\ \mathrm{ohm}.$$

(3) La lampadina ha una potenza di 60 W = 0.060 kW, per cui il costo del suo funzionamento per 24 ore è:

$$(0.06\ \mathrm{kW})\ (24\ \mathrm{ore})\ (0.11\ \mathrm{euro\ kW^{-1}\ ora^{-1}}) = 0.158\ \mathrm{euro}.$$