Esercitazione di Controlli Automatici

Assegnato il processo descritto da

$$G_2(s) = \frac{0.5}{(1+s)(10+s)^2}$$

H=1

determinare con il metodo di Ziegler-Nichols (guadagno critico/periodo di oscillazione) il valore dei parametri dei regolatori standard di tipo P, PD, PI, PID.
Confrontare quindi i sistemi ottenuti in termini di caratteristiche frequenziali, collocazione dei poli a ciclo chiuso e di risposta indiciale ad un ingresso di disturbo.

Il guadagno critico ed il periodo di oscillazione possono essere calcolati, ad esempio, con Bode o con Routh:

a) Tracciato il diagramma di Bode della $G_2(j\omega)$ si determinano la pulsazione ed il ~~guadagno~~ modulo corrispondenti alla fase di $-180°$. Si ottiene (v. Fig. 1):

$$\underline{\omega_\pi} \simeq 11 \text{ [rad/s]} \qquad \underline{|G_2(j\omega_\pi)|} \simeq -74 \text{ [db]}$$

Conseguentemente risulta

$$\begin{cases} \underline{\underline{T_0}} = 2\pi/\omega_\pi \simeq \underline{0.57 \text{ [s]}} \\ \underline{\underline{K_0}} = 1/|G_2(j\omega_\pi)| \simeq \underline{5000} \end{cases}$$

b) Si costruisce la tabella di Routh e si ricava la pulsazione di oscillazione dell'equazione ausiliaria:

$$1+F(s) = s^3 + 21 s^2 + 120 s + (100+0.5$$

3	1	120
2	21	100+0.5K
1	2420 − 0.5K	
0	100 + 0.5K	

$$\underline{\underline{K_0}} = \underline{4840}$$

$$21(j\omega)^2 + 2520 = 0 \rightarrow \omega = 10.95 \text{ [rad/s]} \rightarrow \underline{\underline{T_0}} = \underline{0.574}$$

Applicando le tabelle formulate da Ziegler e Nichols si ricava:

a) **P:** $K_p = 0.5 K_o$

$$G_1(s) = K_p = 2420$$

$$G_P(s) = \frac{12.1}{(1+s)(1+s/10)^2}$$

b) **PD:** $K_p = 0.5 K_o$ $\quad T_d = 0.2 T_o$

$$G_1(s) = K_p(1 + sT_d) = 2420(1 + s\,0.115)$$

$$G_{PD}(s) = \frac{12.1\,(1 + s\,0.115)}{(1+s)(1+s/10)^2}$$

c) **PI:** $K_p = 0.45 K_o$ $\quad T_i = 0.85 T_o$

$$G_1(s) = K_p(1 + 1/sT_i) = \frac{4460}{s}(1 + s\,0.488)$$

$$G_{PI}(s) = \frac{22.3\,(1 + s\,0.488)}{s(1+s)(1+s/10)^2}$$

d) **PID:** $K_p = 0.6 K_o$ $\quad T_i = 0.5 T_o$ $\quad T_d = 0.12 T_o$

$$G_1(s) = K_p(1 + 1/sT_i + sT_d) = \frac{10100}{s}(1 + s\,0.287 + s^2\,0.0198)$$

$$G_{PID}(s) = \frac{50.5\,(1 + s\,0.287 + s^2\,0.0198)}{s\,(1+s)\,(1+s/10)^2}$$

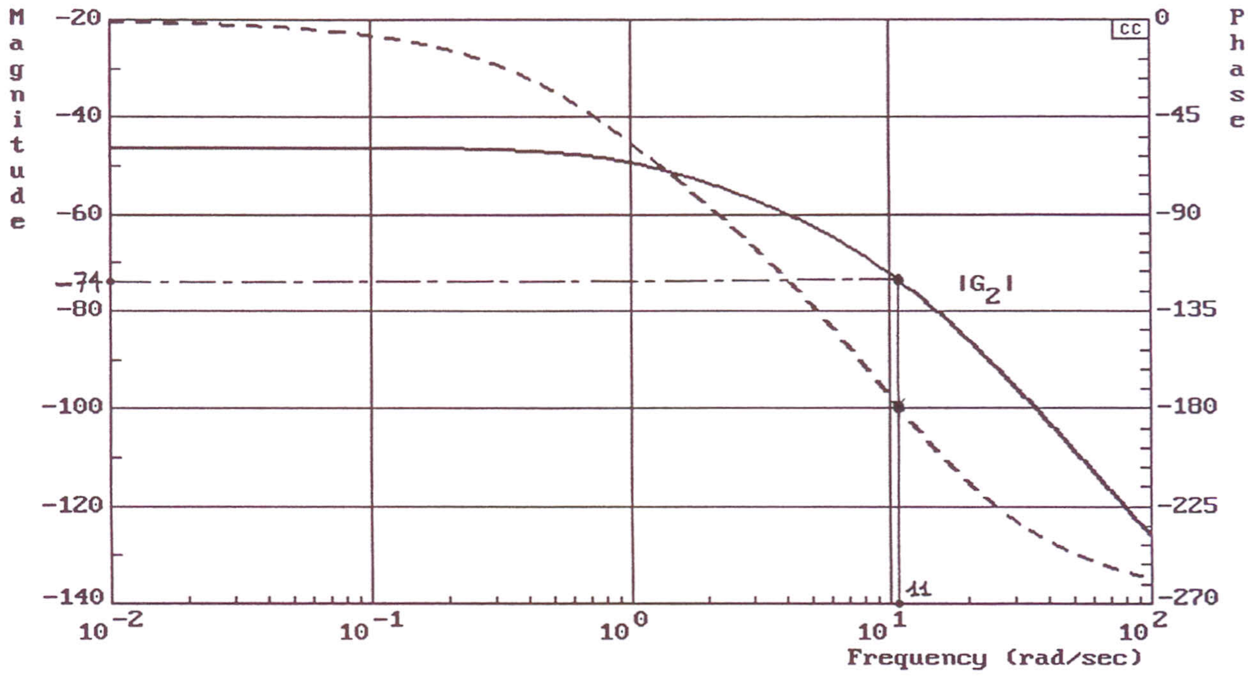
Dall'analisi dei diagrammi di Bode delle singole fdt ad anello aperto si ricava:

G_P: $\begin{cases} \omega_t = 7.6 \text{ [rad/s]} \\ m_A = 6 \text{ [db]} \\ m_\varphi = 23° \end{cases}$ G_{PD}: $\begin{cases} \omega_t = 9.4 \text{ [rad/s]} \\ m_A = // \\ m_\varphi = 57° \end{cases}$

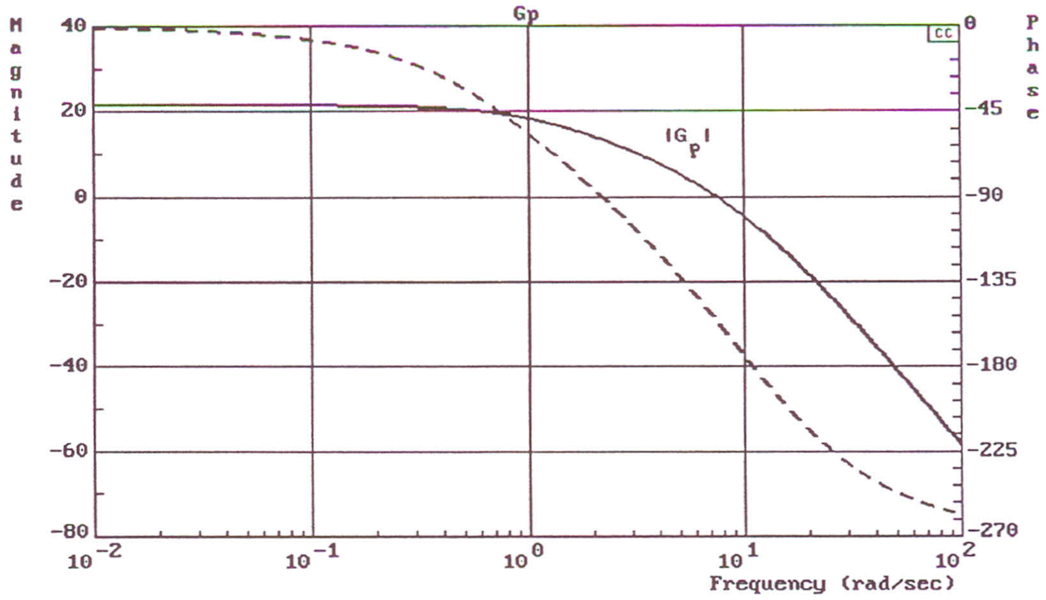
G_{PI}: $\begin{cases} \omega_t = 7.3 \text{ [rad/s]} \\ m_A = 3 \text{ [db]} \\ m_\varphi = 10° \end{cases}$ G_{PID}: $\begin{cases} \omega_t = 8.5 \text{ [rad/s]} \\ m_A = // \\ m_\varphi = 26° \end{cases}$

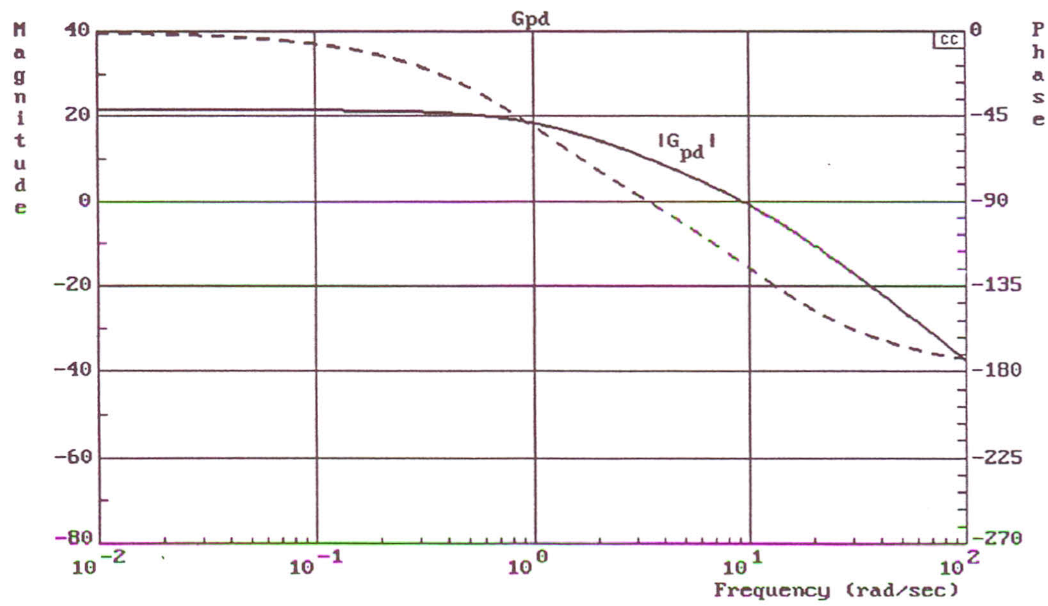
La collocazione dei poli a ciclo chiuso può essere analizzata facendo ricorso al luogo delle radici.

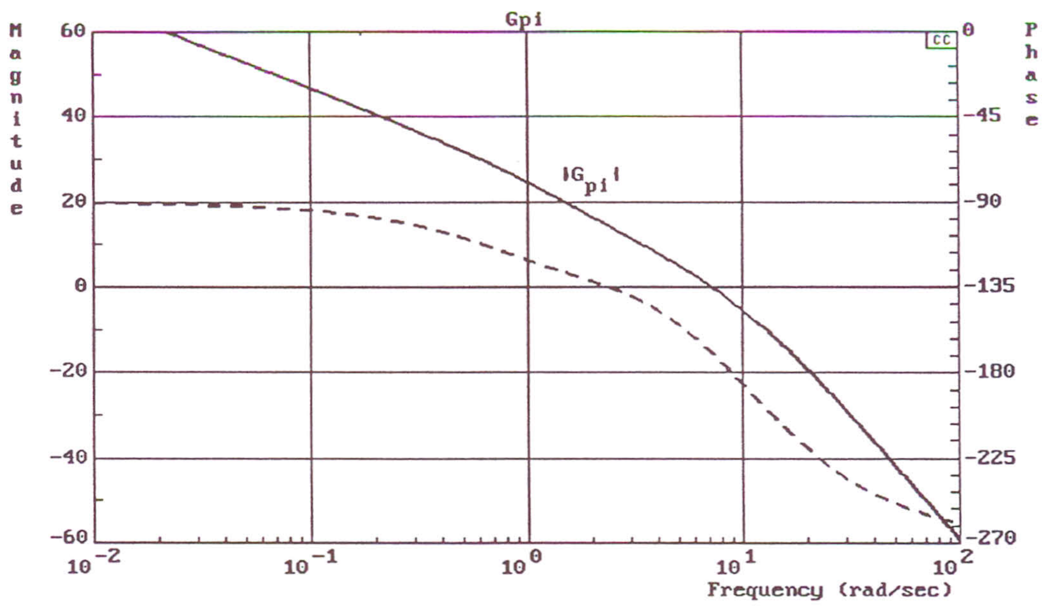
La risposta indiciale ad un ingresso di disturbo può essere ricavata analizzando le fdt $W = G_2/(1+G_1G_2)$ nei singoli casi. Una valutazione puntuale può essere condotta solo mediante antitrasformazione; indicazioni sul comportamento possono ~~comunque~~ essere desunte dall'esame di caratteristiche frequenziali (per una valutazione dei tempi di risposta) e dell'allocazione dei poli a ciclo chiuso (per una valutazione dei tempi di recupero). Si può riconoscere che sia il P che il PD presentano un errore a regime finito e che i regolatori con l'azione derivativa assicurano un più rapido assestamento della risposta.

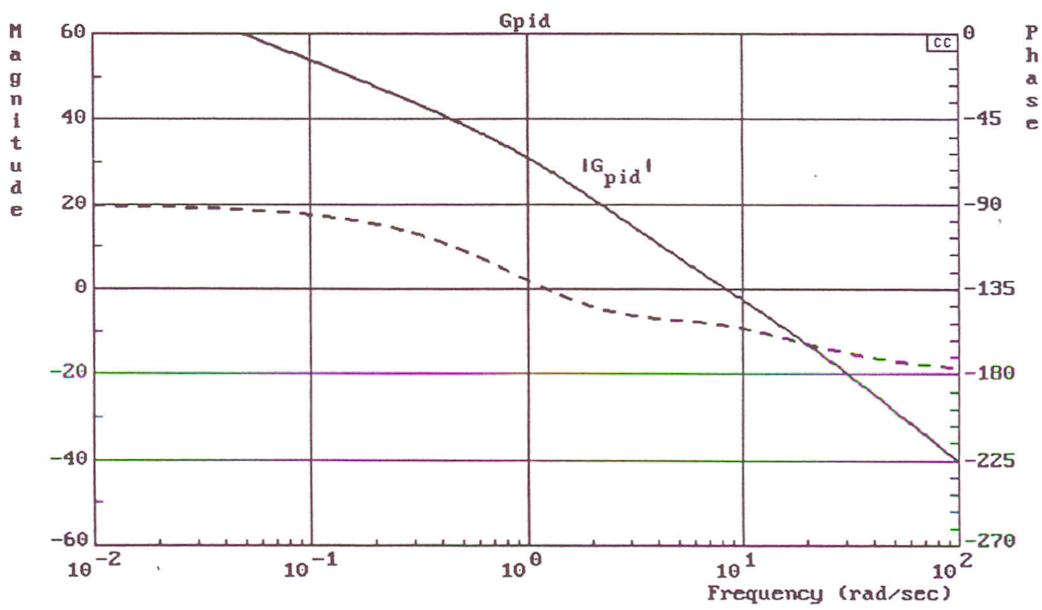


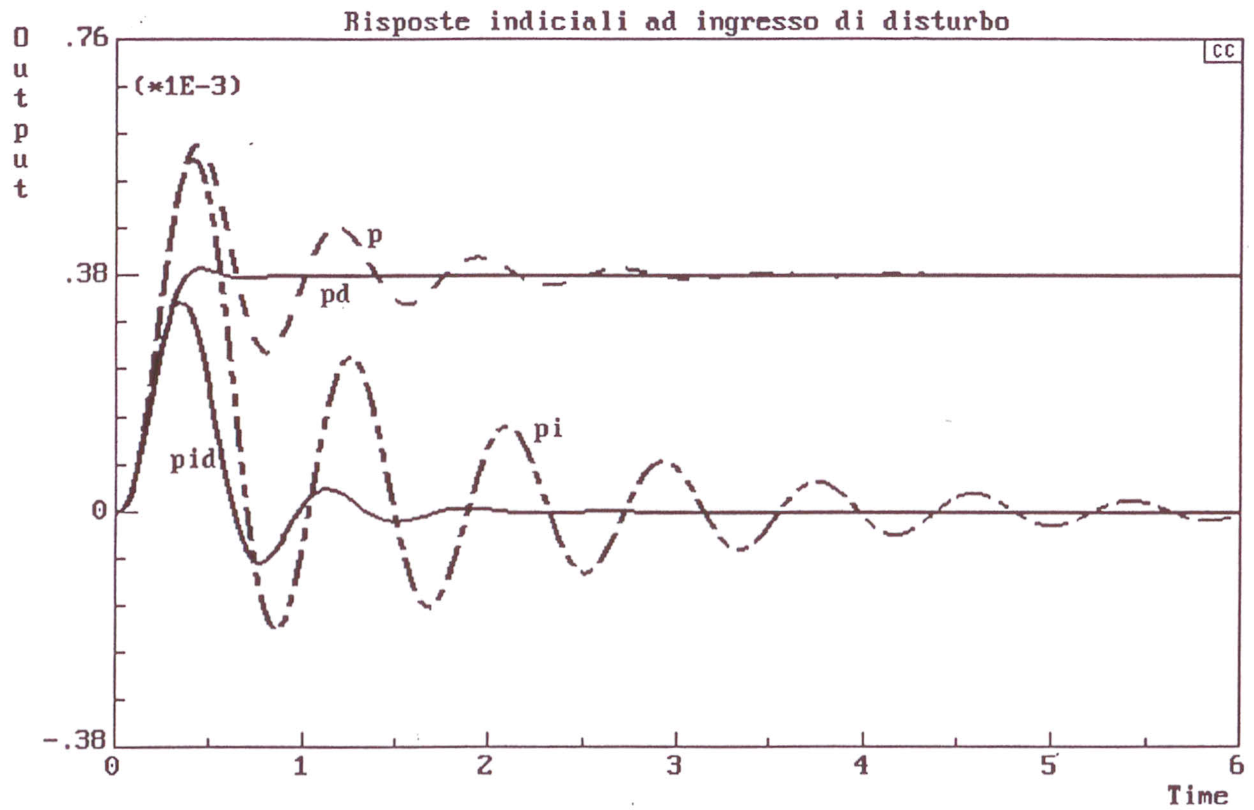
$$G_2(j\omega) = \frac{0.005}{(1+j\omega)(1+j\omega/10)^2}$$


Gp
Magnitude
Phase
|Gp|
40
20
0
-20
-40
-60
-80
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
Frequency (rad/sec)


Gpd
Magnitude
Phase
|Gpd|
40
20
0
-20
-40
-60
-80
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
10^-2
10^-1
10^0
10^1
10^2
Frequency (rad/sec)


Gpi
Magnitude
Phase
60
40
20
0
-20
-40
-60
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
|Gpi|
10-2
10-1
100
101
102
Frequency (rad/sec)


Gpid
Magnitude
Phase
60
40
20
0
-20
-40
-60
0
-45
-90
-135
-180
-225
-270
|Gpid|
10-2
10-1
100
101
102
Frequency (rad/sec)


Risposte indiciali ad ingresso di disturbo
Output
.76
.38
0
-.38
(*1E-3)
CC
p
pd
pi
pid
0
1
2
3
4
5
6
Time