

# **Esercitazioni di Elettrotecnica**

*a cura dell'Ing. Antonio Maffucci*

## **Parte I:**

### **Circuiti in regime stazionario**

A.A. 2001/2002

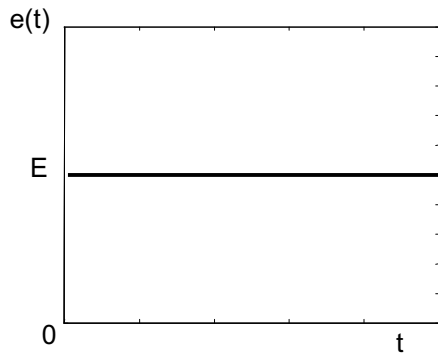
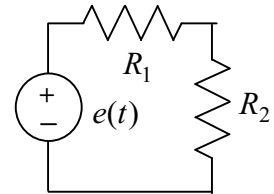
---

**ESERCITAZIONE N.1: potenza istantanea, potenza media ed energia.**

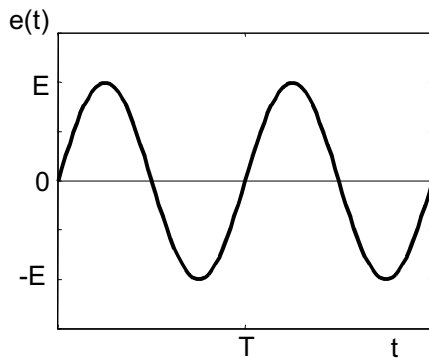
**ESERCIZIO 1.1**

Considerato il seguente circuito, e con riferimento ai tre diversi andamenti della tensione  $e(t)$  riportati in figura, calcolare:

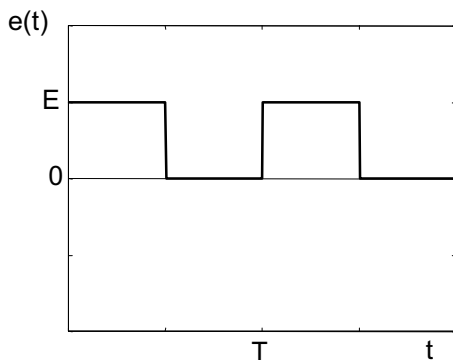
- a. la potenza istantanea  $p(t)$  assorbita da  $R_2$
- b. l'energia  $w_{t_f}$  assorbita da  $R_2$  nel generico intervallo  $(0, t_f)$
- c. la potenza media  $P_{t_f}$  assorbita da  $R_2$  nel generico intervallo  $(0, t_f)$



$$e(t) = Eu(t)$$



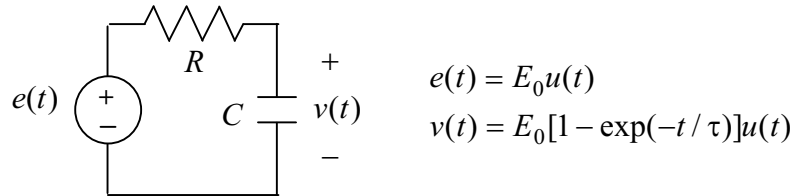
$$e(t) = E \sin(\omega t) \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$



$$e(t) = E \sum_{k=0}^{\infty} \Pi(t - kT) \quad \Pi(t) \equiv u(t) - u(t - T/2)$$

**ESERCIZIO 1.2**

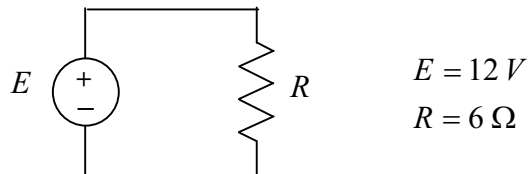
Calcolare l'energia e la potenza media assorbita dal condensatore nell'intervallo di tempo  $(0,5\tau)$ , dove  $\tau = RC$  è la costante di tempo del circuito.



Risultato:  $w \approx \frac{1}{2} CE_0^2$ ,  $P \approx \frac{E_0^2}{10R}$ .

**ESERCIZIO 1.3**

Lasciando i fari accesi ad automobile spenta, il circuito elettrico equivalente al sistema batteria + lampade è quello rappresentato in figura. Tenendo conto che l'energia immagazzinata nella batteria è pari a  $w = 3.456 \cdot 10^5 J$ , dopo quanto tempo la batteria si sarà scaricata completamente?

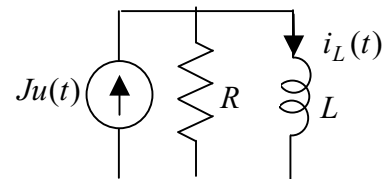


Risultato:  $t = 4 h$ .

**ESERCIZIO 1.4**

Nel circuito seguente l'andamento della corrente nell'induttore per  $t > 0$  è descritto da  $i_L(t) = J[1 - \exp(-t/\tau)]$ , dove  $\tau = L/R$ . Calcolare:

- a) la potenza istantanea  $p(t)$  assorbita dall'induttore
- b) l'energia  $w$  assorbita dall'induttore nell'intervallo  $(0, +\infty)$

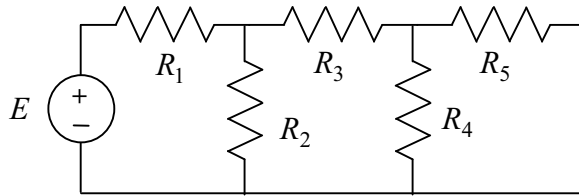


Risultato: a)  $p(t) = RJ^2 [\exp(-t/\tau) - \exp(-2t/\tau)]$ ; b)  $w = \frac{1}{2} LJ^2$ .

## ESERCITAZIONE N.2: serie, parallelo e partitori nelle reti resistive

### ESERCIZIO 2.1

Calcolare la potenza erogata dal generatore  $E$  e quella assorbita dal resistore  $R_5$ .



$$E = 10 \text{ V}$$

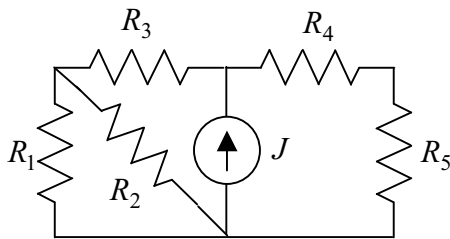
$$R_1 = 10 \ \Omega \quad R_2 = 2 \ \Omega$$

$$R_3 = 3 \ \Omega \quad R_4 = 5 \ \Omega \quad R_5 = 2 \ \Omega$$

Risultato:  $\hat{P}_E = 8.79 \text{ W}$ ,  $P_{R_5} = 72 \text{ mW}$ .

### ESERCIZIO 2.2

Calcolare la potenza erogata dal generatore  $J$  e quella assorbita dal resistore  $R_1$ .



$$J = 5 \text{ A}$$

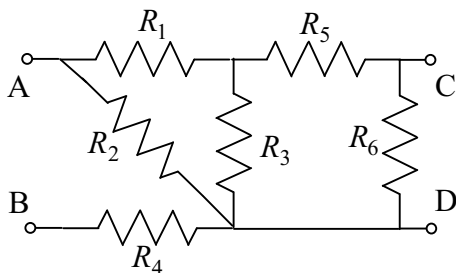
$$R_1 = R_4 = 5 \ \Omega \quad R_2 = 3 \ \Omega$$

$$R_3 = R_5 = 2 \ \Omega$$

Risultato:  $\hat{P}_J = 62.25 \text{ W}$ ,  $P_{R_1} = 7.25 \text{ W}$ .

### ESERCIZIO 2.3

Calcolare la  $R_{eq}$  vista ai morsetti A-B e quella vista ai morsetti C-D.



$$R_1 = R_2 = 5 \ \Omega \quad R_3 = 10 \ \Omega$$

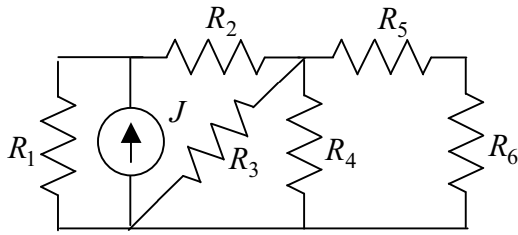
$$R_4 = 4 \ \Omega \quad R_5 = 3 \ \Omega$$

$$R_6 = 2 \ \Omega$$

Risultato:  $R_{eqAB} = 67.125 \ \Omega$ ,  $R_{eqCD} = 1.600 \ \Omega$ .

**ESERCIZIO 2.4**

Calcolare la tensione ai capi del generatore  $J$  e la potenza erogata dallo stesso.



$$J = 20 \text{ A}$$

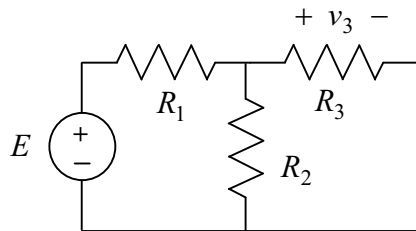
$$R_1 = R_3 = 1 \Omega \quad R_2 = 3 \Omega$$

$$R_4 = R_5 = 10 \Omega \quad R_6 = 2 \Omega$$

Risultato:  $v_J = 15.8 \text{ V}$ ,  $\hat{P}_J = 0.32 \text{ kW}$ .

**ESERCIZIO 2.5**

Calcolare la tensione  $v_3$  usando il partitore di tensione.



$$E = 220 \text{ V}$$

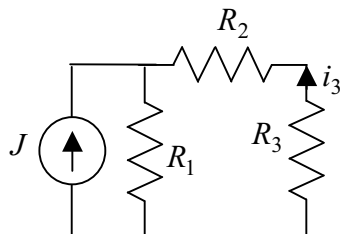
$$R_1 = 50 \Omega$$

$$R_2 = R_3 = 100 \Omega$$

Risultato:  $v_3 = 110 \text{ V}$ .

**ESERCIZIO 2.6**

Calcolare la corrente  $i_3$  usando il partitore di corrente.



$$J = 10 \text{ mA}$$

$$R_1 = R_3 = 5 \mu\Omega$$

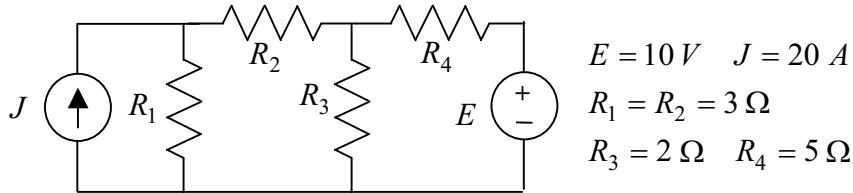
$$R_2 = 3 \mu\Omega$$

Risultato:  $i_3 = -3.84 \text{ mA}$ .

## ESERCITAZIONE N.3: Sovrapposizione degli effetti; Thévenin e Norton

### ESERCIZIO 3.1

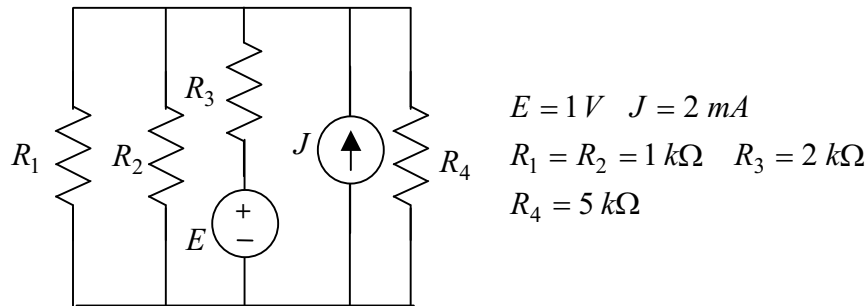
Calcolare la potenza totale erogata dai generatori, usando la sovrapposizione degli effetti.



Risultato:  $\hat{P}_E = -7.7\text{ W}$ ,  $\hat{P}_J = 0.74\text{ kW}$ .

### ESERCIZIO 3.2

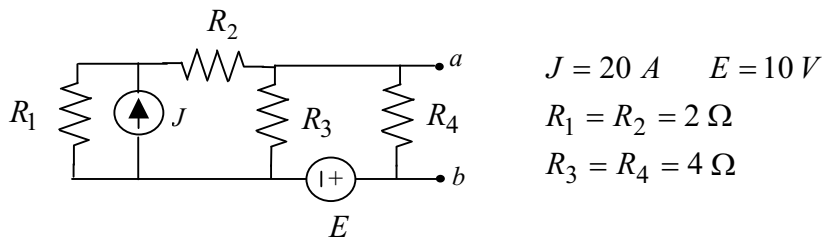
Calcolare la potenza assorbita dal resistore  $R_2$  usando il teorema di Thevenin.



Risultato:  $P_{R_2} = 0.85\text{ mW}$ .

### ESERCIZIO 3.3

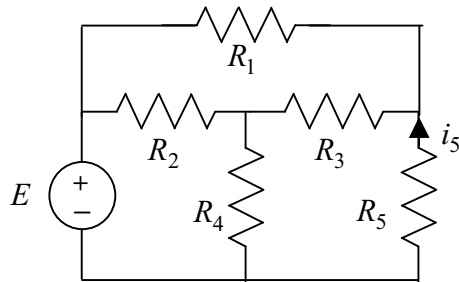
Calcolare l'equivalente di Norton visto ai capi dei morsetti A-B.



Risultato:  $R_{eq} = 1.33\ \Omega$ ,  $I_{CC} = 5\text{ A}$ .

### ESERCIZIO 3.4

Calcolare la corrente  $i_5$  (suggerimento: applicare Thevenin ai capi di  $R_5$ )



$$E = 12 V$$

$$R_1 = R_3 = 0.2 k\Omega$$

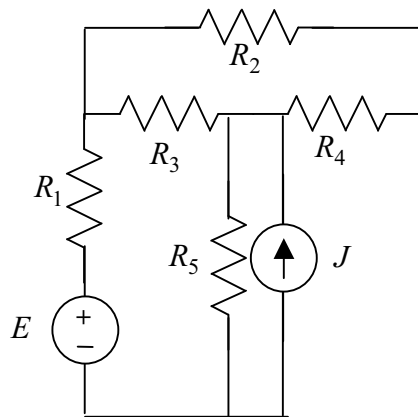
$$R_2 = 0.6 k\Omega$$

$$R_4 = R_5 = 0.4 k\Omega$$

Risultato:  $i_5 = -18 mA$ .

### ESERCIZIO 3.5

Calcolare la potenza assorbita da  $R_5$  (usando il teorema di Thévenin) e quella assorbita da  $R_3$  (usando il teorema di Norton).



$$E = 5 V$$

$$J = 1 \mu A$$

$$R_1 = R_3 = 2 M\Omega$$

$$R_2 = 500 k\Omega$$

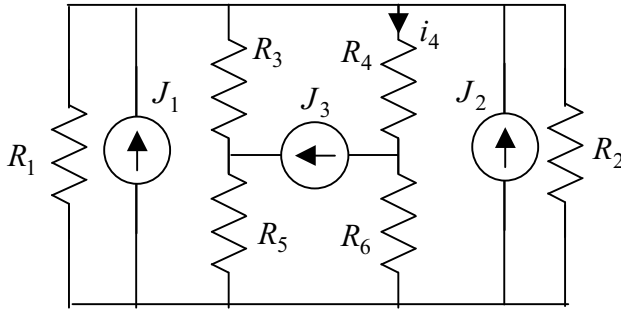
$$R_4 = R_5 = 300 k\Omega$$

Risultato:  $P_{R_5} = 2.08 \mu W$ ,  $P_{R_3} = 0.43 \mu W$

## ESERCITAZIONE N.4: Matrice di incidenza e di maglia; Potenziali nodali

### ESERCIZIO 4.1

Utilizzando il *metodo dei potenziali nodali* calcolare la corrente nel resistore  $R_4$ .

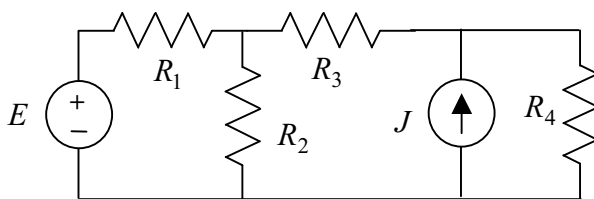


$$\begin{aligned} J_1 = J_2 = 1 \text{ A} & \quad J_3 = 3 \text{ A} \\ R_1 = 30 \Omega & \quad R_2 = 10 \Omega \\ R_3 = 25 \Omega & \quad R_4 = 5 \Omega \\ R_5 = 35 \Omega & \quad R_6 = 15 \Omega \end{aligned}$$

Risultato:  $i_4 = 2.625 \text{ A}$ .

### ESERCIZIO 4.2

Utilizzando il *metodo dei potenziali nodali modificato* calcolare la potenza erogata dai due generatori e la potenza assorbita dai resistori (verificare la conservazione delle potenze).



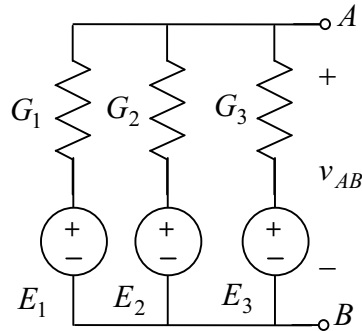
$$\begin{aligned} E = 50 \text{ V} & \quad J = 60 \text{ A} \\ R_1 = 5 \Omega & \quad R_2 = 40 \Omega \\ R_3 = 80 \Omega & \quad R_4 = 120 \Omega \end{aligned}$$

Risultato:  $\hat{P}_E = -1.5 \text{ kW}$ ,  $\hat{P}_J = 180 \text{ kW}$ ,  $P_{R_1} = 4.5 \text{ kW}$ ,  $P_{R_2} = 1 \text{ kW}$ ,  $P_{R_3} = 98 \text{ kW}$ ,  $P_{R_4} = 75 \text{ kW}$ .



**ESERCIZIO 4.3**

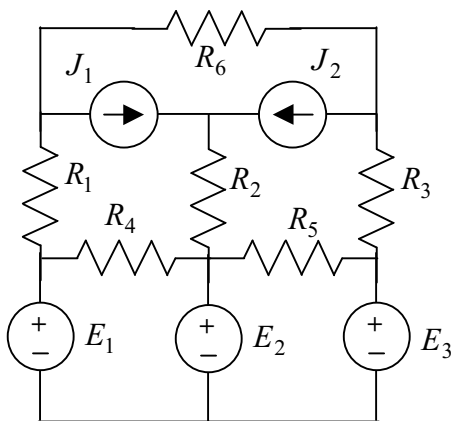
Utilizzando il *metodo dei potenziali nodali* dimostrare la FORMULA DI MILLMANN:



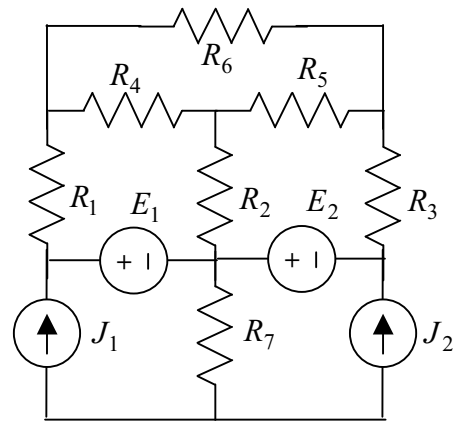
$$v_{AB} = \frac{G_1 E_1 + G_2 E_2 + G_3 E_3}{G_1 + G_2 + G_3}$$

**ESERCIZIO 4.4**

Con riferimento alla seguenti reti, scrivere il sistema completo delle equazioni di Kirchhoff utilizzando la matrice di incidenza ridotta e di maglia fondamentale.



(a)

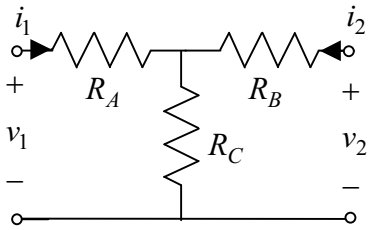


(b)

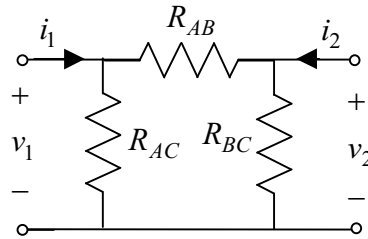
## ESERCITAZIONE N.5: analisi e sintesi di doppi-bipoli resistivi

### ESERCIZIO 5.1

Analizzando i seguenti doppi-bipoli:



schema a T (stella)



schema a Π (triangolo)

- verificare che lo schema a T realizza una qualunque matrice R con le posizioni seguenti (formule di sintesi):  $R_A = R_{11} - R_m$ ,  $R_B = R_{22} - R_m$ ,  $R_C = R_m$ ;
- verificare che lo schema a Π realizza una qualunque matrice G con le posizioni seguenti (formule di sintesi):  $G_{AC} = G_{11} + G_m$ ,  $G_{BC} = G_{22} + G_m$ ,  $G_{AB} = -G_m$ ;
- verificare le seguenti formule di trasformazione stella-triangolo (suggerimento: imporre l'equivalenza tra gli schemi a T e a Π):

$T \rightarrow \Pi$

$\Pi \rightarrow T$

$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C}$$

$$R_{AC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A}$$

$$R_A = \frac{R_{AB} R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

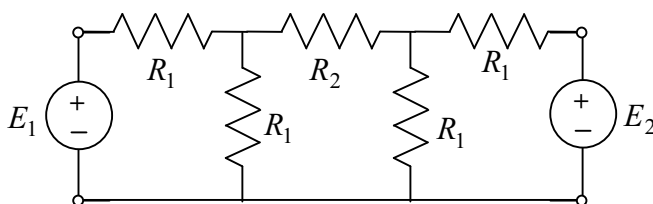
$$R_B = \frac{R_{AB} R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

$$R_C = \frac{R_{AC} R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}$$

### ESERCIZIO 5.2

Con riferimento alla seguente rete:

- caratterizzare attraverso la matrice G il doppio bipolo resistivo visto ai capi dei generatori;
- utilizzare la matrice G per calcolare la potenza assorbita da tale doppio-bipolo;



$$E_1 = E_2 = 10 \text{ V}$$

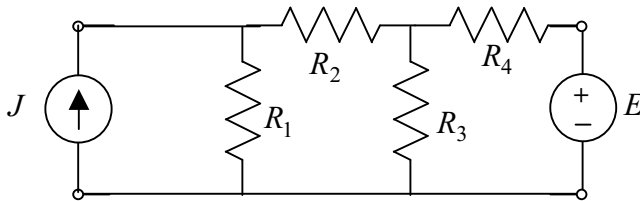
$$R_1 = 2 \Omega \quad R_2 = 1 \Omega$$

Risultato: a)  $G_{11} = G_{22} = \frac{1}{3} \text{ S}$ ,  $G_m = -\frac{1}{12} \text{ S}$ ; b)  $P = 50 \text{ W}$ .

### ESERCIZIO 5.3

Con riferimento alla seguente rete:

- caratterizzare attraverso la matrice H il doppio bipolo resistivo visto ai capi dei generatori;
- utilizzare la matrice H per calcolare la potenza assorbita da tale doppio-bipolo;



$$E = 50 \text{ V} \quad J = 20 \text{ A}$$

$$R_1 = 1 \Omega \quad R_2 = 5 \Omega$$

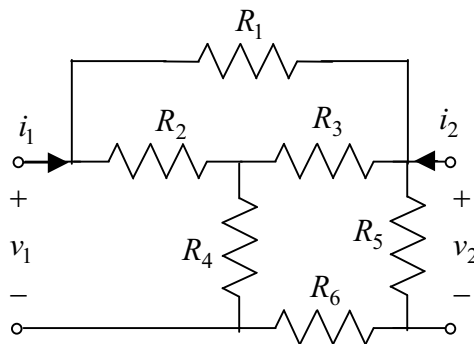
$$R_3 = R_4 = 10 \Omega$$

Risultato: a)  $H_{11} = 0.909 \Omega$ ,  $H_{22} = 0.073 \text{ S}$ ,  $H_{12} = -H_{21} = 0.045$  ; b)  $P = 0.546 \text{ kW}$  .

### ESERCIZIO 5.4

Con riferimento al seguente doppio-bipolo:

- caratterizzarlo attraverso la matrice R;
- synetizzare un doppio-bipolo equivalente con uno schema a T;



$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$$

$$R_5 = \frac{2}{3} R \quad R_6 = \frac{1}{3} R$$

$$R = 24 \Omega$$

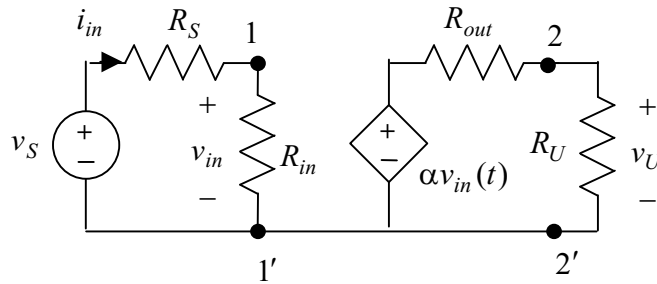
Risultato: a)  $R_{11} = 24 \Omega$ ,  $R_{22} = 12 \Omega$ ,  $R_m = 8 \Omega$  ;  
 b)  $R_A = 16 \Omega$ ,  $R_B = 4 \Omega$ ,  $R_C = 8 \Omega$  .

## ESERCITAZIONE N.6: Generatori controllati.

### ESERCIZIO 6.1

Il seguente circuito rappresenta lo schema equivalente di un amplificatore di tensione. Calcolare:

- la matrice delle conduttanze del doppio bipolo visto ai capi dei morsetti 1-1' e 2-2';
- il guadagno di tensione  $A_v = v_U / v_S$
- i valori dei parametri  $R_{in}$  ed  $R_{out}$  per cui il guadagno  $A_v$  è massimo.

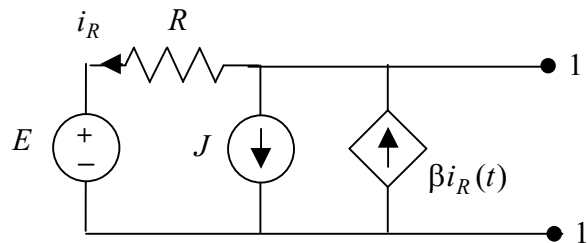


Risultato: a)  $G_{11} = 1/R_{in}$ ,  $G_{12} = 0$ ,  $G_{21} = -\alpha/R_{out}$ ,  $G_{22} = 1/R_{out}$ ;

b)  $A_v = \alpha \frac{R_{in}}{R_{in} + R_S} \frac{R_U}{R_{out} + R_U}$ ; c)  $A_{vmax} = \alpha$  per  $R_{in} \rightarrow \infty$ ,  $R_U \rightarrow 0$ .

### ESERCIZIO 6.2

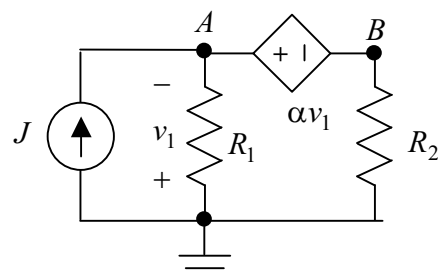
Valutare l'equivalente di Thévenin ai capi dei morsetti 1-1'



Risultato:  $V_0 = E + \frac{RJ}{\beta - 1}$ ,  $R_{eq} = \frac{R}{1 - \beta}$ .

### ESERCIZIO 6.3

Calcolare i potenziali di nodo del circuito seguente.

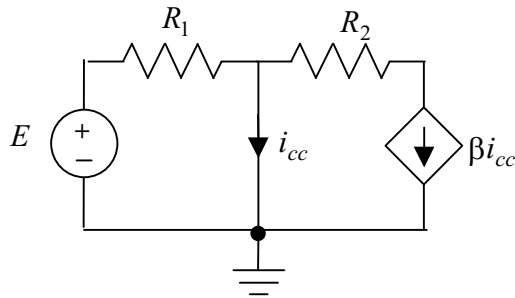


$J = 3 \text{ A}$   
 $R_1 = 4 \Omega$   $R_2 = 10 \Omega$   
 $\alpha = 4$

Risultato:  $V_A = 4 \text{ V}$ ,  $V_B = 20 \text{ V}$ .

**ESERCIZIO 6.4**

Calcolare la potenza dissipata in  $R_2$ .



$$E = 6 \text{ V}$$

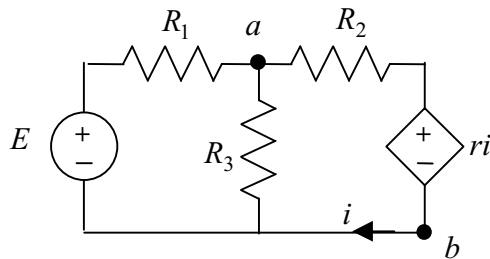
$$R_1 = 10 \text{ } \Omega \quad R_2 = 20 \text{ } \Omega$$

$$\beta = 5$$

Risultato:  $P_2 = 5 \text{ W}$ .

**ESERCIZIO 6.5**

Il circuito seguente rappresenta il modello equivalente di un aspirapolvere con il suo alimentatore. Calcolare la tensione  $E$  necessaria a fornire una potenza di 150 W al motore, collegato tra i morsetti  $a$  e  $b$ .



$$R_1 = R_2 = 5 \text{ } \Omega, \quad R_3 = 100 \text{ } \Omega$$

$$r = 5 \text{ } \Omega$$

Risultato:  $E = 60 \text{ V}$ .