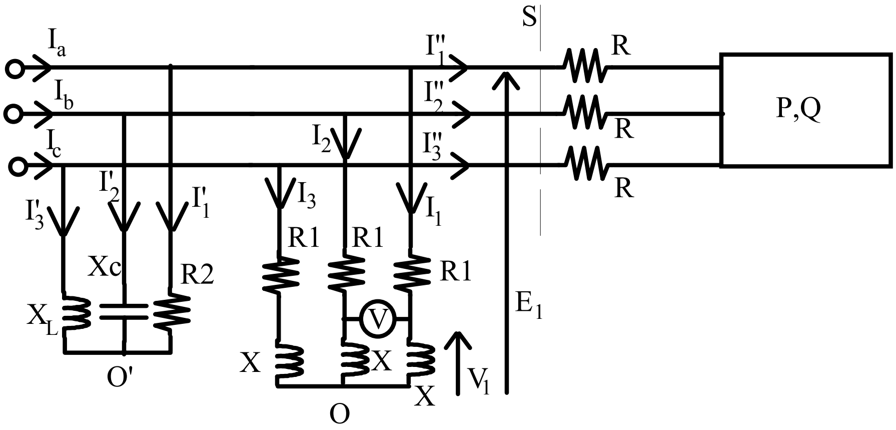
ESERCIZIO 5

fig.1



R1=X=Xc=10Ω; P_R=1kW (potenza dissipata in ciascuna delle R);
P=10kW; Q=10kVAr; V=√3*100V; R2=X_L=20Ω
Determinare i valori efficaci delle correnti di linea I_a, I_b, I_c.

SOLUZIONE

Scegliendo arbitrariamente come riferimento di fase la tensione $\overline{V}_1$ si ha:

$$\overline{V}_1 = 100;\ \overline{I}_1 = \frac{100}{jX} = -j10 = 10e^{-j90^\circ};$$

$$\overline{I}_2 = \overline{I}_1 e^{-j120^\circ} = 10e^{-j210^\circ};\overline{I}_3 = \overline{I}_1 e^{-j240^\circ} = 10e^{-j330^\circ};$$

A questo punto è possibile ricavare le tensioni stellate.

$$\overline{E}_1 = (R_1 + jX)\overline{I}_1 = (10 + j10)(-j10) = (100 - j100) = 141e^{-j45^\circ};$$

$$\overline{E}_2 = \overline{E}_1 e^{-j120^\circ} = 141e^{-j165^\circ};$$

$$\overline{E}_3 = \overline{E}_1 e^{-j240^\circ} = 141e^{-j285^\circ};$$

Indicando con P_{TOT} e Q_{TOT} le totali potenze attive e reattive assorbite dai carichi a valle della sezione S si ha:

$$P_{TOT} = P + 3 \cdot P_R = 13kW; Q_{TOT} = Q = 10kVAr;$$

$$\varphi_{TOT} = arctg\left(\frac{Q_{TOT}}{P_{TOT}}\right) = 38^\circ$$

Ne segue che, a valle della sezione S, ciascuna delle correnti di linea è in ritardo (carico ohmico induttivo) di 38° rispetto alla stellata omonima.

$\overline{I}_1'' = \frac{\sqrt{P^2{}_{TOT} + Q^2{}_{TOT}}}{3E_1} e^{-j(45^\circ + 38^\circ)} = \frac{\sqrt{13000^2 + 10000^2}}{423} e^{-j83^\circ} = 39e^{-j83^\circ}$ Le correnti $\overline{I}_2''$ ed $\overline{I}_3''$ possono essere determinate facilmente considerando che la terna $\overline{I}_1''$, $\overline{I}_2''$ ed $\overline{I}_3''$ è una terna simmetrica:

$$\bar{I}_2''=39e^{-j203^\circ};\bar{I}_3''=39e^{-j323^\circ};$$

Per il calcolo delle correnti $\bar{I}_1'$, $\bar{I}_2'$ ed $\bar{I}_3'$ occorre determinare preventivamente la tensione $\bar{V}_{oo'}$ con la nota formula dello "spostamento di centro stella"; essa vale:

$$\bar{V}_{oo'}=-\frac{\frac{\bar{E}_1}{R_2}+\frac{\bar{E}_2}{-jX_c}+\frac{\bar{E}_3}{jX_L}}{R_2-jX_c+jX_L}=-\frac{\frac{141e^{-j45^\circ}}{20}+\frac{141e^{-j165^\circ}}{-j10}+\frac{141e^{-j285}}{j20}}{20-j10+j20}=1.14e^{+j100.5^\circ}$$

Da cui:

$$\bar{I}'_1=\frac{\bar{E}_1+\bar{V}_{oo'}}{R_2}=\frac{141e^{-j45^\circ}+1.14e^{j100.5^\circ}}{20}=7e^{-j45^\circ}$$

$$\bar{I}'_2=\frac{\bar{E}_2+\bar{V}_{oo'}}{-jX_c}=\frac{141e^{-j165^\circ}+1.14e^{j100.5^\circ}}{-j10}=14e^{-j75^\circ}$$

$$\bar{I}'_3=\frac{\bar{E}_3+\bar{V}_{oo'}}{-jX_L}=\frac{141e^{-j285^\circ}+1.14e^{j100.5^\circ}}{j20}=7.1e^{-j15^\circ}$$

Finalmente si ha:

$$\bar{I}_a=\bar{I}''_1+\bar{I}'_1+\bar{I}_1=39e^{-j83^\circ}+7e^{-j45^\circ}+10e^{-j90^\circ}=55e^{-j80^\circ};$$

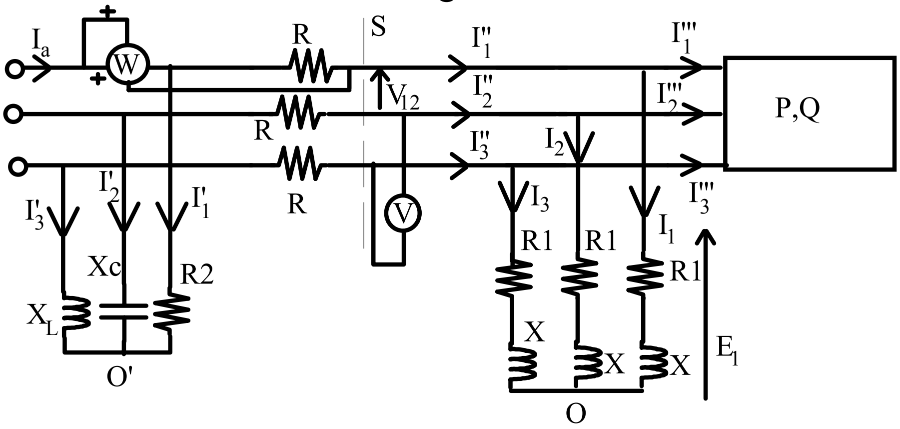
$$\bar{I}_b=\bar{I}''_2+\bar{I}'_2+\bar{I}_2=39e^{-j203^\circ}+14e^{-j75^\circ}+10e^{-j210^\circ}=41.5e^{j171^\circ};$$

$$\bar{I}_c=\bar{I}''_3+\bar{I}'_3+\bar{I}_3=39e^{-j323^\circ}+7.1e^{-j15^\circ}+10e^{-j330^\circ}=54e^{j30^\circ};$$

I valori efficaci richiesti valgono dunque rispettivamente 55 A, 41.5 A e 54 A.

ESERCIZIO 6

fig.1



R1=X=Xc=10Ω; R=10Ω;
P=10kW; Q=10kVAr; V=√3*100V; R2=X_L=20Ω
Determinare l'indicazione del wattmetro..

SOLUZIONE

Scegliendo come riferimento di fase la tensione concatenata $\overline{V}_{12}$ si ha:

$$\overline{V}_{12} = \sqrt{3} \cdot 100;$$

Ricordando che la tensione stellata $\overline{E}_1$ ha un valore efficace $\sqrt{3}$ più piccolo del valore efficace della concatenata $\overline{V}_{12}$ ed è in ritardo di 30° rispetto ad essa si ha:

$$\overline{E}_1 = 100e^{-j30°}$$

Le altre due tensioni stellate $\overline{E}_2$, $\overline{E}_3$ si determinano facilmente ricordando le relazioni che intercorrono tra i componenti di una terna simmetrica dirtretta:

$$\overline{E}_2 = \overline{E}_1 e^{-j120°} = 100e^{-j150°};$$
$$\overline{E}_3 = \overline{E}_1 e^{-j240°} = 100e^{-j270°};$$

Le correnti $\bar{I}_1$ ed $\bar{I}'''_1$ valgono rispettivamente:

$$\bar{I}_1 = \frac{\overline{E}_1}{R_1 + jX} = \frac{100e^{-j30°}}{10 + j10} = 7.1e^{-j75°}$$

$$\bar{I}'''_1 = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{3E_1} e^{-j\left[30° + arctg\left(\frac{Q}{P}\right)\right]} = 47e^{-j75°}$$

La corrente di linea alla sezione S vale dunque:

$$\bar{I}_1'' = \bar{I}_1 + \bar{I}_1''' = 7.1e^{-j75°} + 47e^{-j75°} = 54.1e^{-j75°};$$

Per valutare la corrente $\bar{I}_1'$ occore determinare preventivamente lo spostamento di centro stella $\bar{V}_{oo'}$:

$$\bar{V}_{oo'} = -\frac{\dfrac{\bar{E}_1}{R_2} + \dfrac{\bar{E}_2}{-jX_c} + \dfrac{\bar{E}_3}{jX_L}}{R_2 - jX_c + jX_L} = 0.81e^{j85°};$$

E' ora possibile calcolare la corrente $\bar{I}'_1$:

$$\bar{I}'_1 = \frac{\bar{E}_1 + \bar{V}_{oo'}}{R_2} = 5e^{-j30°};$$

La corrente $\bar{I}_a$ vale allora:

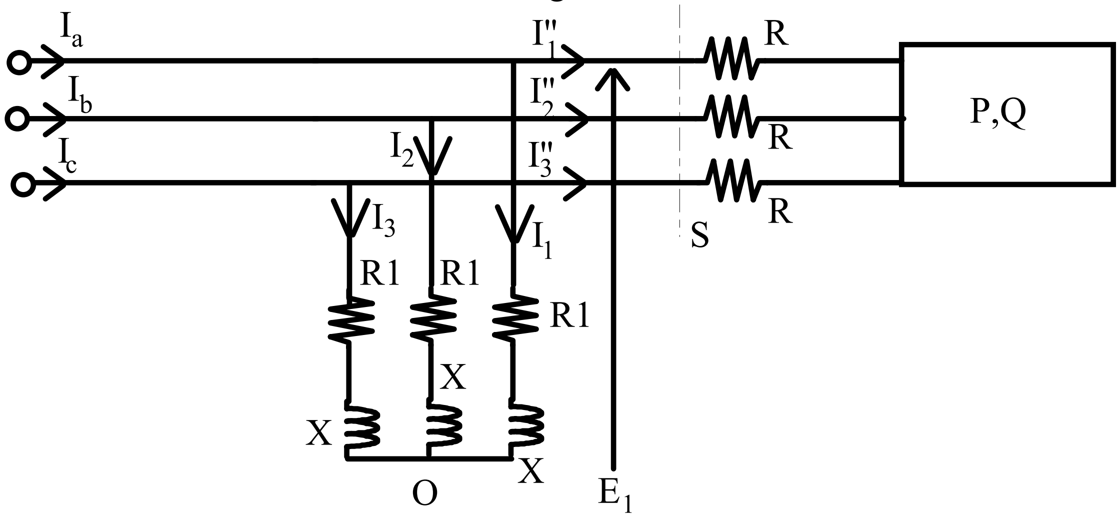
$$\bar{I}_a = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' = 58e^{-j71°};$$

L'indicazione del wattmetro può essere valutata, dati i riferimenti dei morsetti, come il prodotto scalare dei due vettori $R \cdot \bar{I}_1''$ ed $\bar{I}_a$:

$$W = \left(R \cdot \bar{I}_1''\right) \cdot \left(\bar{I}_a\right) = \left(541e^{-j75°}\right) \cdot \left(58e^{-j71°}\right) = 31301W;$$

ESERCIZIO 23

fig.1



$i''_1(t)=\sqrt{2}\cdot 5\cdot \sin(314\ t)$; $R1=X=R=10\Omega$; $P=1$ kW; $Q=1$ kVAr;
Determinare i valori istantanei delle correnti di linea $i_a(t)$, $i_b(t)$, $i_c(t)$.

SOLUZIONE

Scegliendo arbitrariamente a fase nulla il fasore rappresentativo della $i''_1(t)$ si ha:

$$\bar{I}_1'' = 5;$$

Il carico equivalente a valle della sezione S assorbe una potenza attiva P_{tot} ed una potenza reattiva Q_{tot} rispettivamente pari a:

$$P_{tot} = P + 3RI_1''^2 = 1.75\ kW$$

$$Q_{tot} = Q = 1\ kVA$$

La tensione stellata $e_1(t)$ avrà un valore efficace pari a:

$$E_1 = \frac{\sqrt{P_{tot}^{\ 2} + Q_{tot}^{\ 2}}}{3I_1''} = 134V;$$

e sarà in anticipo rispetto ad $i''_1(t)$ di un angolo φ pari a:

$$\varphi = \mathrm{arctg}\left(\frac{Q_{tot}}{P_{tot}}\right) = 0.52\mathrm{rad};$$

La $e_1(t)$ vale dunque:

$$e_1(t) = \sqrt{2} \cdot 134 \cdot \sin(314\,t + 0.52)\ V;$$

e può essere rappresentata con il seguente fasore:

$$\bar{E}_1 = 134\ e^{j0.52}$$

Il fasore rappresentativo della corrente $i_1(t)$ vale invece:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{\left(R_1 + jX\right)} = 9.47\ e^{-j0.26};$$

L'applicazione della L.K.C fornisce il fasore **Ia :**

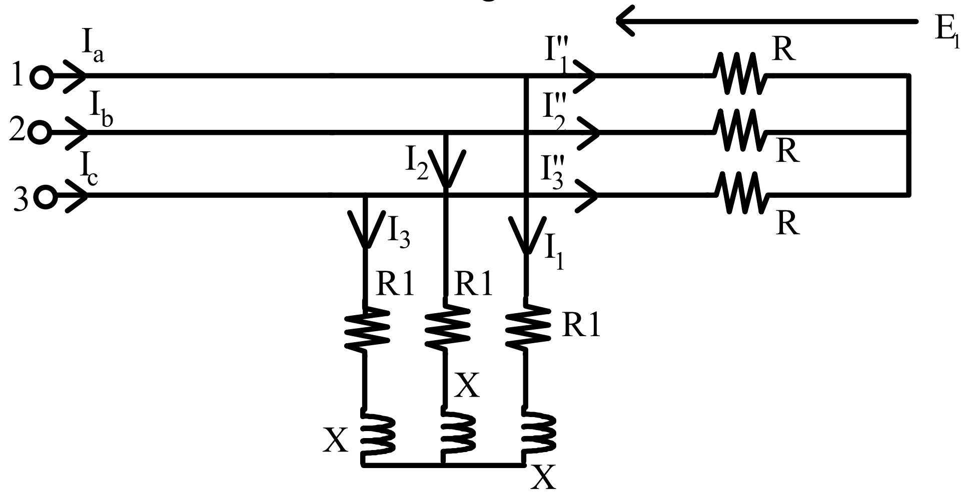
$$\bar{I}_a = \bar{I}_1'' + \bar{I}_1 = 14.36\ e^{-j0.17};$$

In definitiva, essendo il sistema trifase simmetrico ed equilibrato, si ha:

$$i_a(t) = \sqrt{2} \cdot 14.36 \cdot \sin(314t - 0.17);$$
$$i_b(t) = \sqrt{2} \cdot 14.36 \cdot \sin(314t - 2.27);$$
$$i_c(t) = \sqrt{2} \cdot 14.36 \cdot \sin(314t - 4.37);$$

ESERCIZIO 24

fig.1



$v_{12}(t)=\sqrt{2}\cdot 380\cdot \sin(314\ t)$; $R1=X=R=10\Omega$;

Determinare i valori istantanei delle correnti $i_a(t)$, $i_1(t)$, $i_1''(t)$.

SOLUZIONE

Indicando con $\mathbf{V}_{12}$ il fasore rappresentativo della tensione concatenata $v_{12}(t)$ ($\bar{V}_{12} = 380;$) e con $\mathbf{E}_1$ quello della stellata (con il riferimento indicato in figura)si ha:

$$\bar{E}_1 = 220e^{-j0.52}$$

I fasori rappresentativi delle correnti $i_1(t)$ ed $i_1''(t)$ valgono rispettivamente:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{E}_1}{R_1 + jX} = 15.5e^{-j1.3}$$

$$\bar{I}''_1 = \frac{\bar{E}_1}{R} = 22e^{-j0.52}$$

Il fasore $\mathbf{I_a}$ può quindi essere calcolato come:

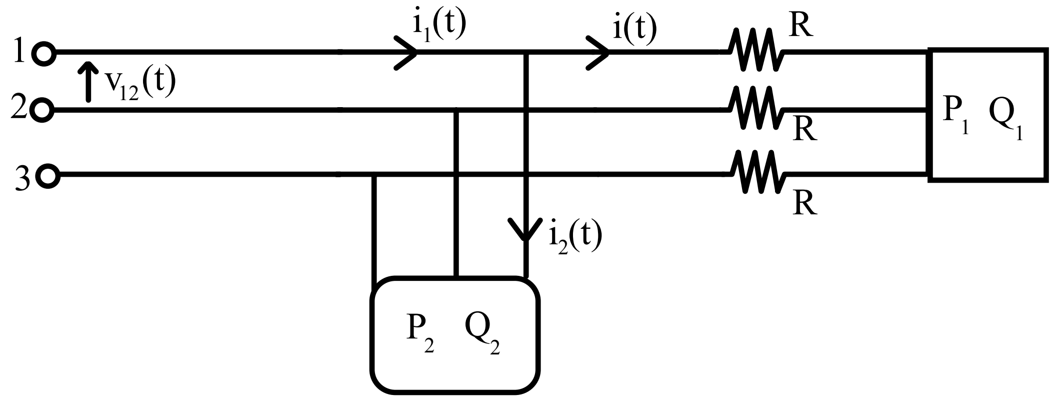
$$\bar{I}_a = \bar{I}_1 + \bar{I}_1'' = 35e^{-j0.83}$$

I valori istantanei delle correnti $i_a(t)$, $i_1(t)$, $i_1''(t)$ valgono quindi rispettivamente:

$$i_a(t) = \sqrt{2}\ 35\ sin(314t - 0.83)\ A$$
$$i_1(t) = \sqrt{2}\ 15.5\ sin(314t - 1.3)\ A$$
$$i''_1(t) = \sqrt{2}\ 22\ sin(314t - 0.52)\ A$$

ESERCIZIO 25

fig.1



$i(t)=\sqrt{2}\cdot 10\cdot \sin(314\ t)$; $R=10\Omega$; $P_1=P_2=2kW$; $Q_1=2kVA_r$; $Q_2=-2kVA_r$;
Determinare $v_{12}(t)$ e $i_1(t)$.

SOLUZIONE

Si assegni arbitrariamente fase nulla al fasore **I** rappresentativo della i(t):

$$\bar{I} = 10$$

Indicando con P3 e Q3 le totali potenze attive e reattive assorbite a valle della sezione S si ha:

$$P_3 = P_1 + 3RI^2 = 5kW$$

$$Q_3 = Q_1 = 2kVA_r$$

Il fasore rappresentativo della tensione $v_{12}(t)$, che è sfasata in anticipo rispetto ad i(t) di un angolo pari a $arctg\left(\frac{Q_3}{P_3}\right)+\frac{\pi}{6}$ assume quindi la seguente espressione:

$$\overline{V}_{12} = \frac{\sqrt{P_3^{\ 2}+Q_3^{\ 2}}}{\sqrt{3}\,I}e^{j\left(arctg\left(\frac{Q_3}{P_3}\right)+\frac{\pi}{6}\right)} = 311e^{j0.9};$$

La tensione $v_{12}(t)$ è quindi rappresentata nel dominio del tempo dalla seguente funzione sinusoidale:

$$v_{12}(t) = \sqrt{2}\ 311\ sin(314t + 0.9)$$

Il fasore $\mathbf{I_2}$ rappresentativo della corrente $i_2(t)$ vale :

$$\bar{I}_2 = \frac{\sqrt{P_2^{\,2} + Q_2^{\,2}}}{\sqrt{3}\, V_{12}} e^{j\left(\angle \bar{V}_{12} - arctg\left(\frac{Q_2}{P_2}\right) - \frac{\pi}{6}\right)} = 5.25 e^{j1.16};$$

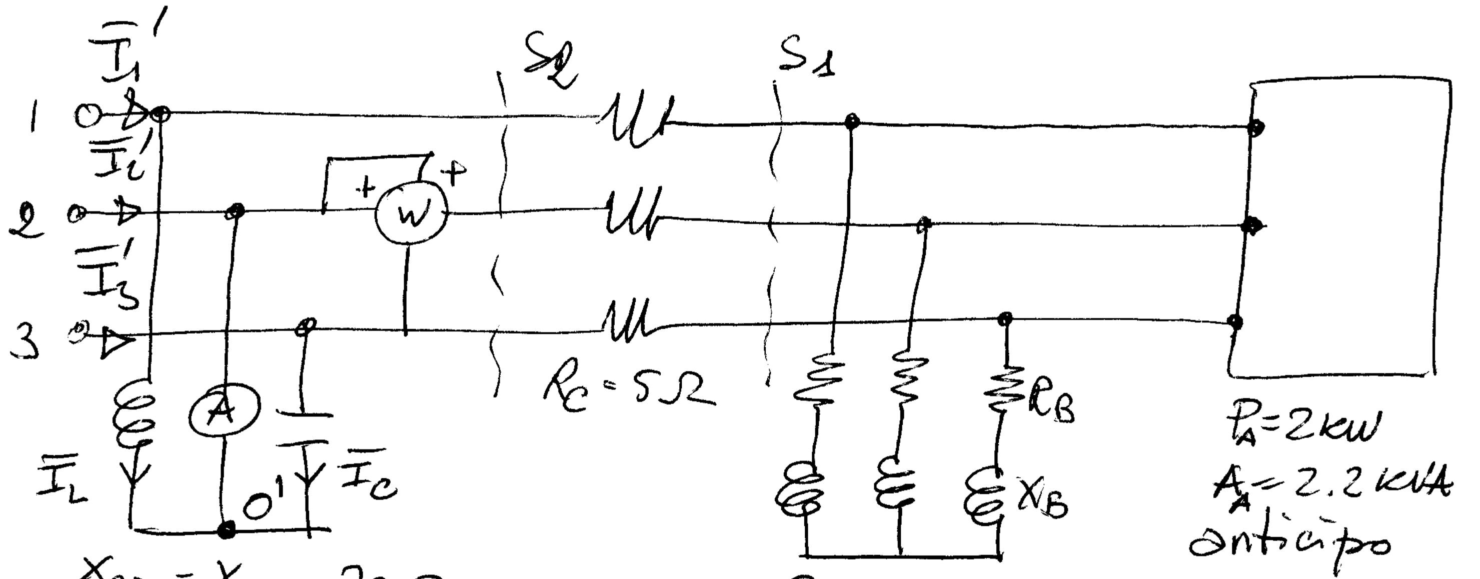
Il fasore $\mathbf{I_1}$, rappresentativo della corrente $i_1(t)$ può quindi essere calcolato come:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I} = 13 e^{j0.37};$$

mentre la corrispondente funzione sinusoidale del tempo vale :

$$i_1(t) = \sqrt{2}\ 13 \sin(314t + 0.37);$$

ESERCIZIO



$X_{CD} = X_{LD} = 70\Omega$

$P_B = 3kW$
$Q_B = 1.5kVAr$
$R_B = 40\Omega$

$W = ?$
$A = ?$
$\bar{I}_1', \bar{I}_2', \bar{I}_3' = ?$

CARICO B

$$P_B = 3 R_B I_B^2 \rightarrow \qquad I_B = \sqrt{\frac{P_B}{3R_B}} = 5A$$

$$E_B = \sqrt{R_B^2 + X_B^2}\, I_B = 224V$$

$$\frac{Q_B}{P_B} = tg\varphi_B$$

$$\downarrow$$

$$\varphi_B = 27° = tg^{-1}\frac{X_B}{R_B}$$

Quindi

$$tg^{-1}\frac{X_B}{R_B} = tg^{-1}\frac{Q_B}{P_B} \rightarrow \qquad X_B = R_B\frac{Q_B}{P_B} = 20\Omega$$

In alternativa:

$$P_B = 3 E_B I_B \cos\varphi_B \rightarrow \qquad E_B = \frac{3000}{3\cdot 5\cdot \cos 27°} = 224\ V$$

Alla sezione S_1:

$P_{S1} = P_B + P_A = 5000$ W

$Q_{S1} = Q_B + Q_A$ con:

$$A_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} \rightarrow |Q_A| = \sqrt{A_A^2 - P_A^2} = 917 \text{ VAr}$$

per cui dall'indicazione "anticipo" è:

$Q_A = -917$ VAr

Quindi:

$$S_1 \begin{cases} P_{S1} = 5000 \text{ W} \\ Q_{S1} = 1500 - 917 = 583 \text{ VAr} \\ E_{S1} = E_B = 224 \text{ V} \end{cases} \rightarrow I_{S1} = \frac{\sqrt{P_{S1}^2 + Q_{S1}^2}}{3E_{S1}} = 7.5 \text{ A}$$

Alla sezione S_2:

$$S_2 \begin{cases} P_{S2} = P_{S1} + 3 \cdot R_C \cdot I_{S1}^2 = 5844 \text{ W} \\ Q_{S2} = Q_{S1} = 583 \text{ VAr} \\ I_{S2} = I_{S1} = 7.5 \text{ A} \end{cases} \rightarrow E_{S2} = \frac{\sqrt{P_{S2}^2 + Q_{S2}^2}}{3 I_{S2}} = 261 \text{ V}$$

posto $\bar{E}_1$ a fase nulla si ha:

$\bar{E}_1 = 261\, e^{j0} \longrightarrow \bar{V}_{12} = 261\, e^{j30°}$; $\bar{V}_{23} = 261\, e^{-j90°}$

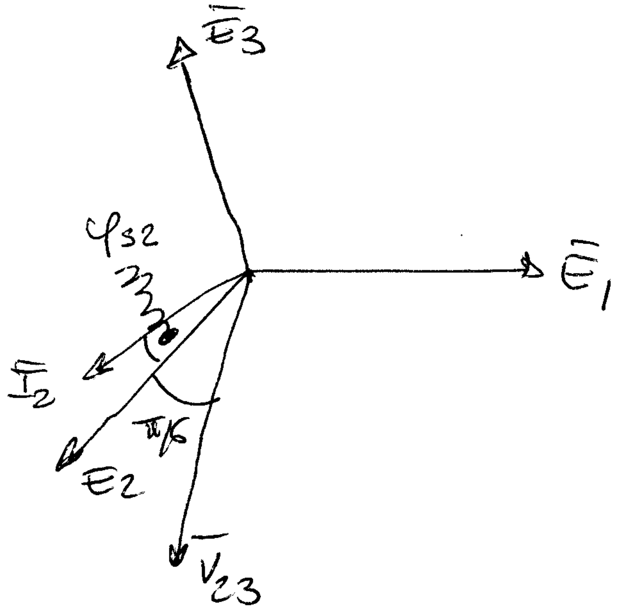
$\bar{I}_1 = 7.5\, e^{-j6°}$

nota: la fase è stata calcolata osservando che $Q_{S2} > 0$ (corrente in ritardo) e che $\varphi_{S2} = tg^{-1} \frac{Q_{S2}}{P_{S2}} = 6°$

$W = \bar{V}_{23} \cdot \bar{I}_2 =$

$= \sqrt{3} E_{S2} I_{S2} \cos(30° + 6°) =$

$= 2743 \ W$



Riguardo il carico squilibrato, si ha:

$\bar{V}_{20'} = 0$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}_{10'}}{jX_{LD}} = \frac{\bar{V}_{12}}{jX_{LD}} = \frac{261\, e^{j30°}}{j\,70} = 1.86 - j\,3.23$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}_{30'}}{-jX_{CD}} = \frac{\bar{V}_{32}}{-jX_{CD}} = \frac{-261\, e^{-j90°}}{-j\,70} = -3.73$$

Infine:

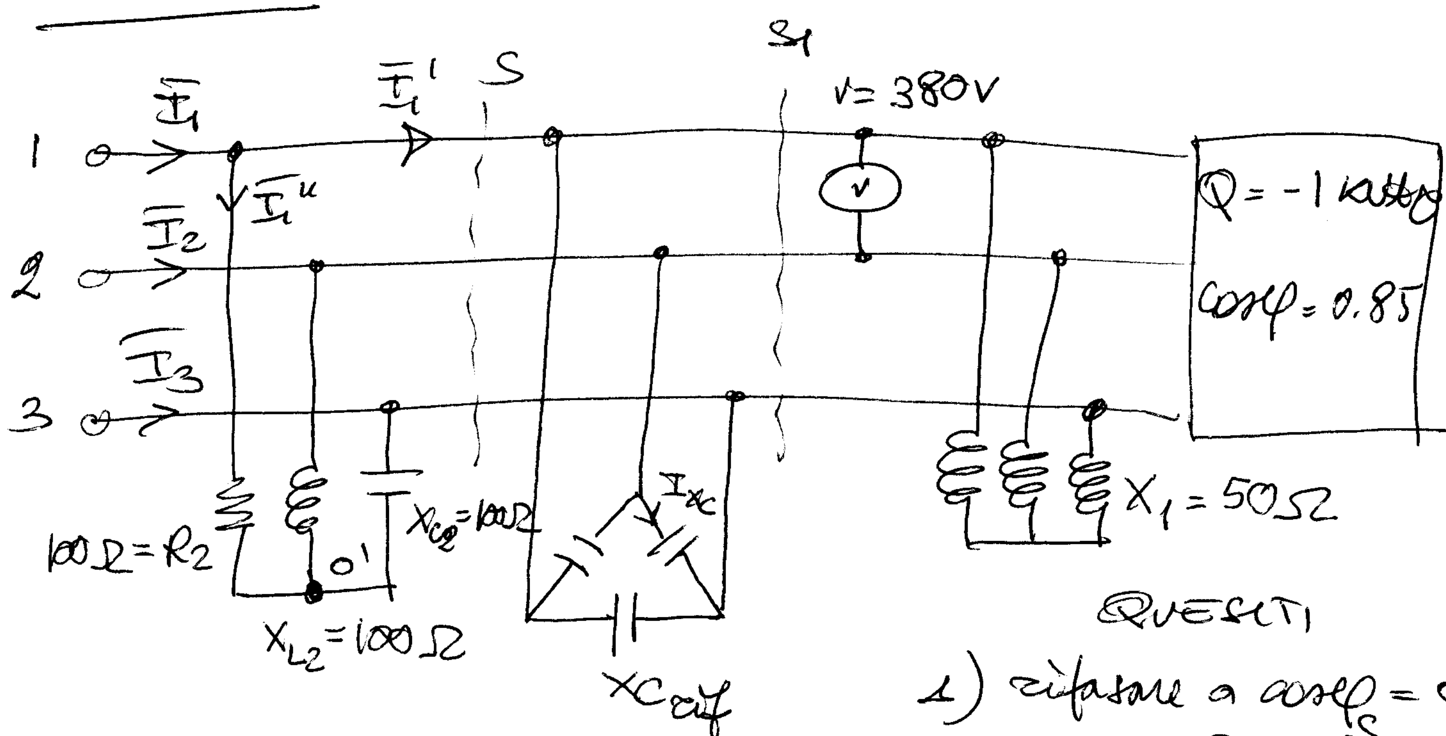
lettura amperometro $\rightarrow$ $|\bar{I}_L + \bar{I}_C| = 3.73$ A

$\bar{I}_1' = \bar{I}_1 + \bar{I}_L = 9.32 - j\,4.01$

$\bar{I}_2' = \bar{I}_2 - (\bar{I}_L + \bar{I}_C) = 2.54 - j\,2.84$

$\bar{I}_3' = \bar{I}_3 + \bar{I}_C = -6.78 + j\,6.85$

ESERCIZIO



QUESITI

1) rifasare a $\cos\varphi_S = 0.9$

2) $I_{xc} = ?$

3) $\overline{I}_1, \overline{I}_2, \overline{I}_3 = ?$

Sulle X_1 cade una tensione di valore efficace:

$E_{X_1} = V/\sqrt{3} = 220V$ per cui

$I_{X_1} = E_{X_1}/50 = 4.4\ A$

Quindi

$$\begin{cases} P_{X_1} = 0\ ; \quad Q_{X_1} = 3X_1 I_{X_1}^2 = 3\dfrac{E_{X_1}^2}{X_1} = 2904\ VAr \\ E_{X_1} = 220V \end{cases}$$

Per il carico più a valle si ha, invece:

$$\begin{cases} Q = -1000\ VAr \\ \varphi = -32^\circ \quad (\text{negativo, essendo } Q<0) \\ P = \dfrac{Q}{tg\varphi} = 1614\ W \end{cases}$$

Alla sezione S_1:

$P = 1614\ W$

$Q = 2904 - 1000 = 1904\ VAr$

$E = 220V$

$$\rightarrow \begin{cases} tg\varphi_S = 1.18 \\ I = \dfrac{\sqrt{P^2+Q^2}}{3E} = 3.8\ A \end{cases}$$

$\cos\varphi_S = 0.65$

Per quanto riguarda il rifasamento:

$$Q^R = Q_S + Q_{X_{CRIF}} = Q_S - 3\frac{V_{S1}^2}{X_{CRIF}}$$

$$3\frac{V_{S1}^2}{X_{CRIF}} = P_S \, tg\varphi_S - P_S \, tg\varphi'_S$$ da cui:

$$X_{CRIF} = \frac{3(\sqrt{3}E)^2}{P_S(tg\varphi_S - tg\varphi'_S)} = \frac{3(\sqrt{3}\cdot 220)^2}{1614(1.18 - tg\cos^{-1}0.9)} = 385\,\Omega$$

$$I_{XC} = \frac{V_{S1}}{X_{CRIF}} = \frac{380}{385} = 0.99\ A$$

Alla sezione S:

$$\begin{cases} P_S = 1614\ W \\ Q_S = P_S\, tg\varphi_S = 1614 \cdot tg(\cos^{-1}0.9) = 782\ VAR \\ E_S = 220\,V \end{cases}$$

$\cos\varphi_S = 0.9 \rightarrow \varphi_S = 26°$

$$\Downarrow$$

$$I_S = I_{S1}\frac{\cos\varphi_{S1}}{\cos\varphi_S} = 3.8\,\frac{0.65}{0.9} = 2.7\ A$$

$\bar{E}_1 = 220\ e^{j0}$

$\bar{I}_1' = 2.7\ e^{-j26°}$

Per quanto concerne il carico squilibrato:

$$\bar{V}_{OO'} = -\frac{\frac{\bar{E}_1}{R_2} + \frac{\bar{E}_2}{jX_{L2}} + \frac{\bar{E}_3}{-jX_{C2}}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{jX_{L2}} + \frac{1}{-jX_{C2}}} = 161\ e^{j0}$$

$\bar{I}_1'' = \frac{\bar{V}_{OO'} + \bar{E}_1}{R_2} = 3.81$; $\bar{I}_2'' = \frac{\bar{V}_{OO'} + \bar{E}_2}{+jX_{L2}} = -1.91 - j0.51$; $\bar{I}_3'' = \frac{\bar{V}_{OO'} + \bar{E}_3}{-jX_{C2}} = -1.91 + j0.51$

Da ciò:

$\bar{I}_1 = \bar{I}_1' + \bar{I}_1'' = 6.24 - j1.18$; $\bar{I}_2 = \bar{I}_2' + \bar{I}_2'' = -4.14 - j2.02$; $\bar{I}_3 = \bar{I}_3' + \bar{I}_3'' = -2.09 + j3.20$