

Obiettivi del corso

Perché i metodi numerici?

- La soluzione di problemi di natura ingegneristica richiede la definizione di un **modello matematico**.
- Nelle applicazioni di interesse pratico la **complessità** dei modelli diventa sempre maggiore e la loro soluzione richiede strumenti matematici sempre più sofisticati.
- Gli **strumenti analitici** possono essere applicati solo ad una classe di problemi estremamente limitata. Nella maggior parte dei casi si utilizzano **tecniche solutive di tipo numerico** che risultano particolarmente efficienti anche grazie agli enormi progressi fatti nel settore degli elaboratori elettronici in termini di velocità, di capacità di memoria, di software di base ed applicativo.
- Lo strumento della soluzione numerica risulta, pertanto, insostituibile nella pratica computazionale, ma richiede anche, per un utilizzo vantaggioso, una profonda conoscenza dei limiti e dei vantaggi potenziali ad esso associati, in modo da evitare di incorrere in gravi errori nella sua applicazione con risultati potenzialmente catastrofici.

Modello matematico

Come si risolve un problema ingegneristico?

- 1) Il primo passo è quello di definire con precisione il sistema (vale a dire tutta la realtà che influenza lo svolgimento di un certo fenomeno fisico) e l'obiettivo dell'indagine.
- 2) A partire da questi dati si costruisce un **modello matematico** del problema, vale a dire un insieme di equazioni matematiche che correlano le cause agli effetti, i termini noti alle incognite.
- 3) In un modello matematico la realtà viene descritta in modo semplificato ed idealizzato.

Quando un modello matematico è valido?

Un buon modello matematico dovrebbe portare in conto tutti (e solo) i fenomeni che influenzano in maniera significativa il risultato: non deve essere appesantito da inutile orpelli né fornire risultati errati a causa di assunzioni inadeguate e semplificazioni eccessive.

La capacità di definire un modello adeguato a risolvere un problema di interesse applicativo è, probabilmente, la principale qualità dell'esperto di metodi numerici.

Esempio:

Se si studia il moto di un corpo a basse velocità sarà inutile portare in conto gli effetti relativistici, ma basterà utilizzare la seconda legge di

Newton :
$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

In alcuni casi sarà necessario portare in conto nel modello le forze di attrito viscoso:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt} + b\mathbf{v}$$

Per alcuni problemi (corpi deformabili) l'approssimazione di punto materiale potrebbe non essere valida e il modello si complicherebbe ulteriormente.

CARATTERISTICHE DEI METODI NUMERICI

- I metodi numerici consentono di impostare i problemi ingegneristici in modo che possano essere risolti attraverso semplici operazioni aritmetiche.
- Caratteristica comune dei metodi numerici è che, nella loro applicazione, è necessario eseguire in maniera ripetitiva e programmabile un elevato numero di operazioni aritmetiche.
- Da quanto innanzi puntualizzato, appare chiaro il motivo per cui i metodi numerici hanno assunto sempre maggiore importanza nelle applicazioni col crescere della potenza dei calcolatori.

SOLUZIONE DEI PROBLEMI SENZA IL CALCOLATORE

A) Soluzione analitica utilizzando i metodi dell'analisi matematica.

Vantaggi

- È possibile uno studio parametrico del problema.
- Si raggiunge una approfondita comprensione del comportamento dei sistemi studiati.

Svantaggi:

- La soluzione analitica si può determinare solo per una classe ristretta di problemi (1D o 2D, problemi lineari)
- La soluzione è spesso piuttosto involuta (viene cioè espressa in termini di funzioni complesse)

B) Soluzione per via grafica.

Vantaggi

- Si possono studiare anche problemi piuttosto complessi

Svantaggi

- Risultati poco precisi
- Problemi al più tridimensionali (2D+tempo o 3D stazionario)
- Tecniche piuttosto laboriose

C) Metodi numerici con calcolatrici meccaniche o regolo

Vantaggi

- Si possono studiare anche problemi piuttosto complessi

Svantaggi

- Alta probabilità di errore e risultati difficilmente ripetibili per il gran numero di operazioni.

METODI NUMERICI + CALCOLATORE

Vantaggi

- Risoluzione di problemi molto complicati (non-lineari, dimensione elevata, senza simmetrie, etc)
- È possibile utilizzare anche modelli raffinati (ma mai inutilmente complicati) per lo studio di un problema.
- Soluzioni accurate e possibilità di analisi parametriche
- Ci si può concentrare sulle fasi di modellizzazione e di post-processing dei risultati piuttosto che sulla fase solutiva.
- Grande velocità per raggiungere la soluzione

Svantaggi

- Lo strumento della soluzione numerica risulta pertanto insostituibile nella pratica computazionale, ma richiede anche per poter essere utilizzato una profonda conoscenza dei limiti e dei vantaggi potenziali ad esso associati, in modo da evitare di incorrere in gravi errori nella sua applicazione con risultati potenzialmente catastrofici.

Perché bisogna imparare i metodi numerici invece di utilizzare programmi commerciali preconfezionati?

- I programmi commerciali costano e la pirateria informatica, se utilizzata per fini di lucro (anche per l'attività professionale), è perseguita dalla legge. Per la soluzione ripetitiva di problemi specifici può essere vantaggioso implementare procedure ad hoc.
- In alcuni casi non esistono programmi commerciali che permettono di risolvere il problema di interesse. Diventa, pertanto, imperativo essere capaci di arrivare alla soluzione attraverso procedure "customizzate" sviluppate in autonomia.
- Conoscere a fondo i metodi numerici permette di intuire le situazioni in cui un programma commerciale mostra i suoi limiti e fornisce risultati errati o scarsamente accurati.
- I metodi numerici permettono di impraticarsi nell'uso del calcolatore: non si può dire di saper usare un calcolatore se non si è in grado di implementare una formulazione.

Modelli numerici per campi e circuiti

- Nei corsi di **Fisica, Elettrotecnica o Campi Elettromagnetici** si presentano i **modelli matematici** che permettono di risolvere il generico problema circuitale o Elettromagnetico
- Nei corsi di **Analisi numerica** si presentano **in astratto** le tecniche numeriche che permettono di risolvere un modello matematico.
- Nel corso di **Modelli numerici per campi e circuiti** si cerca invece di dare un approccio integrato ai problemi propri dell'ingegneria, dei circuiti elettrici e dei campi elettromagnetici, nel quale le formulazioni stesse del problema sono ricavate prevedendo che la soluzione debba essere trovata per via numerica, e le tecniche numeriche utilizzate sono basate sulle caratteristiche specifiche del problema numerico sotto indagine.

Quali argomenti verranno trattati nel corso?

1. In questo corso introduttivo verranno preliminarmente definiti in modo preciso alcuni termini di uso corrente legati ai concetti di approssimazione ed errore.
2. Focalizzando l'attenzione su circuiti semplici (vale a dire circuiti per i quali l'equazione risolvibile possa essere ricavata con semplici calcoli) si presenteranno alcune tecniche numeriche fondamentali
 - soluzione di equazioni non lineari
 - differenze finite
 - soluzione di equazioni differenziali ordinarie
 - interpolazione
 - integrazione
3. Si presenteranno delle tecniche che permettono di formulare in maniera generale ed automatica le equazioni risolventi di un assegnato circuito elettrico (statico o dinamico, lineare o non lineare). Si perverrà alla scrittura dei corrispondenti sistemi di equazioni algebriche o differenziali (lineari o non).
4. Verranno presentate le principali tecniche per la soluzione dei sistemi algebrici lineari e non lineari.
5. Si illustreranno alcuni metodi numerici per la risoluzione dei sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Si focalizzerà, attraverso lo studio di semplici problemi circuitali, il significato di concetti quali la stabilità, la consistenza e la convergenza dei principali metodi numerici per la soluzione dei sistemi di Equazioni Differenziali ordinarie.

6. Si affronterà il problema delle assunzioni semplificative sulla formulazione (ad es. modello statico o quasi-statico) che possono essere introdotte per analizzare il problema Elettromagnetico sotto indagine. Verranno discussi vantaggi e svantaggi delle varie formulazioni in vista della soluzione numerica. Si introdurranno, insieme alle classiche formulazioni differenziali nella cosiddetta “forma forte”, le formulazioni “deboli” e “variazionali”.
7. Verranno introdotti alcuni schemi basati sul Metodo delle Differenze Finite per la soluzione delle equazioni differenziali alle derivate parziali.
8. Si introdurrà il metodo agli elementi finiti per la soluzione delle equazioni differenziali alle derivate parziali.

Testi consigliati:

R. Fresa: Dispense del corso di Modelli numerici per campi e circuiti

R. Fresa: Dispense del corso di Elettrotecnica

G. Miano: Appunti del corso di Modelli Numerici per i Campi, 2005

F. Trevisan, F. Villone: Modelli numerici per campi e circuiti; SG Editoriali - Padova

Per approfondimenti sui metodi numerici:

Steven C. Chapra, Raymond P. Canale: Metodi numerici per l'ingegneria; McGraw-Hill

V. Comincioli: Problemi di analisi numerica ; McGraw-Hill