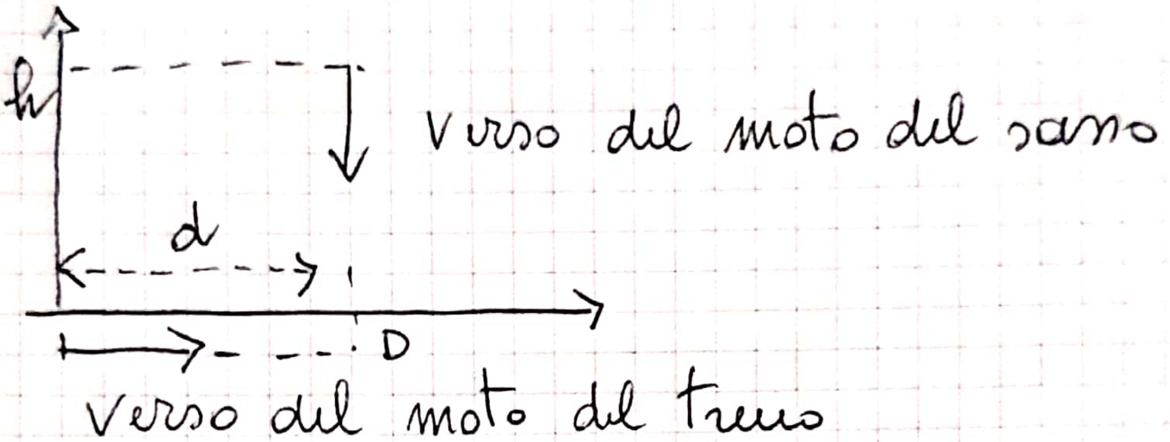
Risoluzione Prova Scritta del 24 giu 2021

Esercizio n. 1



$h = 16\ m \quad D = 25\ m \quad D - d = 2.5\ m$

Moto del sasso

$y(t) = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \qquad y_0 = h$

$v_{0y} = 0 \quad a_y = -g$

$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$

$t_v : \ y(t_v) = 0 \quad t_v = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad t_v = 1.8\ s$

IN QUESTO INTERVALLO DI TEMPO IL TRENO PERCORRE UNA DISTANZA PARI A $D-d$

$x(t_v) = D - d$

$D - d = v_T t_v \quad v_T = \frac{D-d}{t_v} \quad v_T = 13\ m/s$

Assumendo questa la velocità del treno, il tempo impiegato per percorrere lo spazio D è

$D = v_T t_v'$ $\quad t_v' = 1.92\ s$

In questo intervallo di tempo il sasso lanciato verso l'alto deve ritornare a terra

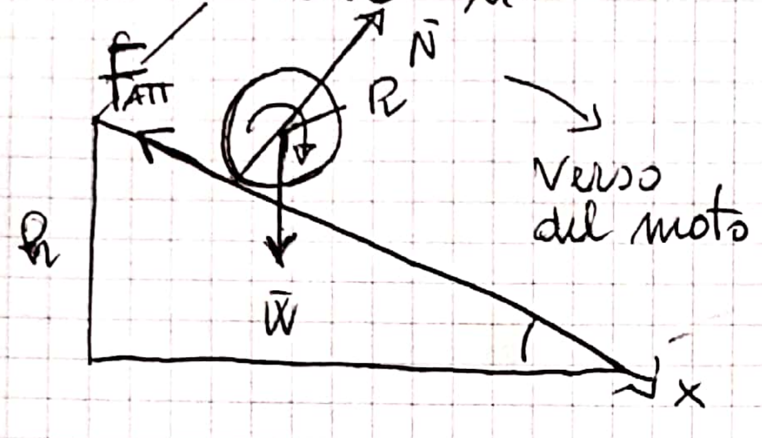
$y(t) = h + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$

$y(t_v') = 0$

$h + v_{0y} t_v' - \frac{1}{2} g t_v'^2 = 0$ $\quad v_{0y} = 1.07\ m/s$

Scansionato con CamScanner

ESERCIZIO n. 2



$h = 3\,m$

$\theta = 35°$

$R = 7\,cm$

$M = 2\,Kg$

MOTO DI PURO ROTOLAMENTO = TRASLAZIONE DEL CENTRO DI MASSA + ROTAZIONE ATTORNO AD UN'ASSE PASSANTE PER IL CENTRO DI MASSA

$$\sum \bar{F}_{EXT} = M\bar{a}_{CM}$$

$$\bar{N} + \bar{W} + \bar{F}_{ATT} = M\bar{a}_{CM}$$

asse x) $\quad -F_{ATT} + Mg\sin\theta = Ma_{CM}$

asse y) $\quad N - Mg\cos\theta = 0$

$\sum \bar{m}(\bar{F}_{EXT}) = I\bar{\alpha} \qquad I = \frac{2}{5}MR^2$ POLO NEL CENTRO

$\bar{m}(\bar{W}) = 0 \quad \bar{m}(\bar{N}) = 0$

$\bar{m}(\bar{F}_{ATT}) \Rightarrow -RF_{ATT}$

$\alpha < 0$

per cui $\cancel{-}\cancel{R}F_{ATT} = \cancel{-}\frac{2}{5}MR^{\cancel{2}}\alpha$

$$F_{ATT} = \frac{2}{5}MR\alpha \qquad R\alpha = a_{cm}$$

$$F_{ATT} = \frac{2}{5} M a_{cm}$$

sostituendo nella prima

$$-\frac{2}{5} M a_{cm} + Mg \sin\theta = M a_{cm}$$

$$a_{cm} = \frac{5}{7} g \sin\theta \qquad a_{cm} = 4.0 \; m/s^2$$

$$F_{ATT} = \frac{2}{\cancel{5}} M \left(\frac{\cancel{5}}{7} g \sin\theta\right) = \frac{2}{7} Mg \sin\theta \qquad F_{ATT} = 3.2\,N$$

Per determinare il coefficiente di attrito si confronta la F_{ATT} con la massima forza di attrito di scivolamento

$$|f_{ATT}| \leq \mu N \qquad \mu N = f_{ATT\,MAX} \qquad N = Mg\cos\theta$$

$$f_{ATT\,MAX} = \mu^* Mg \cos\theta$$

$$F_{ATT} = \frac{2}{7} Mg \sin\theta$$

$$F_{ATT} = f_{ATT\,MAX} \qquad \frac{2}{7} \cancel{Mg} \sin\theta = \mu^* \cancel{Mg} \cos\theta$$

$$\mu^* = \frac{2}{7} \operatorname{tg}\theta \qquad \mu^* = 0.2$$

Per determinare la velocità del centro di massa e la velocità angolare alla base del piano inclinato si può applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica

$E_i = U_i + K_i \qquad U_i = Mg(h+R)$

$K_i = 0$

$E_f = U_f + K_f \qquad U_f = MgR$

$K_f = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$

$E_i = E_f$

$$Mgh + \cancel{MgR} = \cancel{MgR} + \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$$

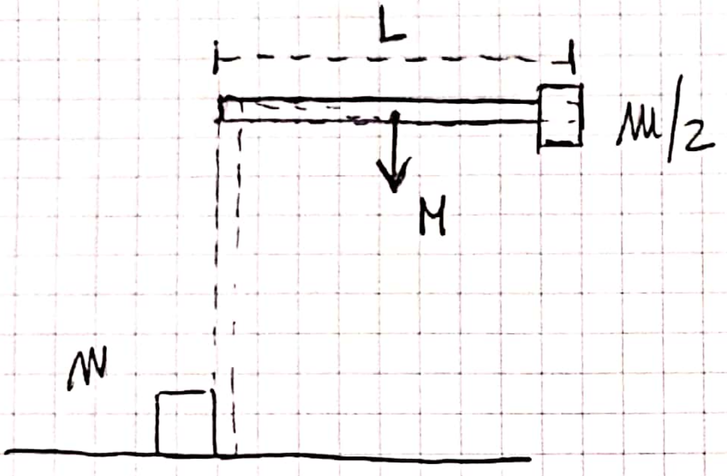
$$Mgh = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{\cancel{2}} \frac{\cancel{2}}{5} M\cancel{R^2} \frac{v_{cm}^2}{\cancel{R^2}}$$

$$\cancel{M}gh = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{5} M v_{cm}^2 = \frac{7}{10} \cancel{M} v_{cm}^2$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{10}{7} gh} = 6.48 \text{ m/s}$$

$$\omega = v_{cm}/R = 92.6 \text{ rad/s}$$

ESERCIZIO N. 3



$M = 2\,Kg$

$m = 0.5\,Kg$

$L = 0.6\,m$

FRA LA POSIZIONE IN CUI LA BARRA E' ORIZZONTALE
E LA POSIZINE IN CUI LA BARRA E' VERTICALE
VALE LA CONSER. DELL'ENERGIA MECCANICA

$E_i = E_f \qquad E_i = U_i + K_i \qquad K_i = 0$

$$U_i = MgL + \frac{m}{2}gL$$

$E_f = U_f + K_f \qquad U_f = Mg\frac{L}{2}$

$$K_f = \frac{1}{2} I_{TOT}\,\omega^2$$

$$MgL + \frac{m}{2}gL = Mg\frac{L}{2} + \frac{1}{2} I_{TOT}\,\omega^2$$

$$I_{TOT} = \frac{1}{3}ML^2 + \frac{m}{2}L^2 = \left(\frac{M}{3} + \frac{m}{2}\right)L^2$$

$$Mg\frac{L}{2} + \frac{m}{2}gL = \frac{1}{2}\left(\frac{M}{3} + \frac{m}{2}\right)L^2\omega^2$$

$$(M+m)g\frac{\cancel{L}}{\cancel{2}} = \frac{1}{\cancel{2}}\left(\frac{M}{3} + \frac{m}{2}\right)L^{\cancel{2}}\,\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{(m+M)g}{\left(\frac{M}{3}+\frac{m}{2}\right)L}} \qquad \omega = 6.7 \text{ rad/s}$$

NELL'URTO SI CONSERVA IL MOMENTO ANGOLARE

$$\bar{L}^{i}_{TOT} = \bar{L}^{f}_{TOT}$$

$$\bar{L}^{i}_{TOT} = \bar{L}_{SBARRA} \qquad |\bar{L}_{SBARRA}| = I_{TOT}\,\omega$$

$$\bar{L}^{f}_{TOT} = \bar{L}(m) \qquad |\bar{L}(m)| = m v_f L$$

$$I_{TOT}\,\omega = m v_f L$$

$$v_f = \frac{I_{TOT}\,\omega}{mL} \qquad v_f = \frac{\sqrt{\left(M/3+m/2\right)(M+m)gL}}{m}$$

LA VARIAZIONE DI ENERGIA CINETICA NELL'URTO E'

$$\Delta K = K_f - K_i$$

$$K_f = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$K_i = \frac{1}{2} I_{TOT}\,\omega^2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}\,\frac{\left(M/3 - m/2\right)(M+m)gL}{m}$$