

FISICA I - 12 CFU

RISOLUZIONE I PROVA DI VERIFICA DEL
26 MARZO 2021

ESERCIZIO n. 1

ASSEGNATI I VETTORI $\vec{F}_1 = F_{1x} \hat{i} + F_{1y} \hat{j} + F_{1z} \hat{k}$
 $\vec{F}_2 = F_{2y} \hat{j} + F_{2z} \hat{k}$

MODULO $|\vec{F}_1| = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2 + F_{1z}^2}$

$$|\vec{F}_2| = \sqrt{F_{2y}^2 + F_{2z}^2}$$

VERSORE $\hat{F}_1 = \frac{\vec{F}_1}{|\vec{F}_1|}$ $\hat{F}_2 = \frac{\vec{F}_2}{|\vec{F}_2|}$

OPERAZIONI • $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = F_{1x} \hat{i} + (F_{1y} - F_{2y}) \hat{j} + (F_{1z} - F_{2z}) \hat{k}$

• $\vec{F}_1 \cdot (-\vec{F}_2) = -(\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2) = -(F_{1y} F_{2y} + F_{1z} F_{2z})$

• $K \vec{F}_2 \times \vec{F}_1 = K (\vec{F}_2 \times \vec{F}_1)$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & F_{2y} & F_{2z} \\ F_{1x} & F_{1y} & F_{1z} \end{vmatrix} = \hat{i} (F_{2y} F_{1z} - F_{2z} F_{1y}) - \hat{j} (-F_{2z} F_{1x}) + \hat{k} (-F_{2y} F_{1x})$$

II PARTE

$$\vec{F}_{TOT} = m\vec{a} \quad \vec{F}_{TOT} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\text{IN COMPONENTI} \begin{cases} \vec{F}_{TOTx} = ma_x \\ \vec{F}_{TOTy} = ma_y \\ \vec{F}_{TOTz} = ma_z \end{cases} \begin{cases} a_x = \frac{F_{TOTx}}{m} \\ a_y = \frac{F_{TOTy}}{m} \\ a_z = \frac{F_{TOTz}}{m} \end{cases}$$

\vec{a} VETTORE COSTANTE \rightarrow MOTO UNIFORM. ACCELERATO

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \\ z(t) = z_0 + v_{0z}t + \frac{1}{2}a_z t^2 \end{cases} \begin{cases} v_x(t) = v_{0x} + a_x t \\ v_y(t) = v_{0y} + a_y t \\ v_z(t) = v_{0z} + a_z t \end{cases}$$

LE CONDIZIONI INIZIALI $\vec{r}_0 = 0$ $\vec{v}_0 = 0$

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{cases} \begin{cases} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y(t) = \frac{1}{2}a_y t^2 \\ z(t) = \frac{1}{2}a_z t^2 \end{cases} \begin{cases} v_x(t) = a_x t \\ v_y(t) = a_y t \\ v_z(t) = a_z t \end{cases}$$

$$\text{PER } t^* = 2s \begin{cases} x(t^*) = \frac{1}{2}a_x t^{*2} \\ y(t^*) = \frac{1}{2}a_y t^{*2} \\ z(t^*) = \frac{1}{2}a_z t^{*2} \end{cases} \begin{cases} v_x(t^*) = a_x t^* \\ v_y(t^*) = a_y t^* \\ v_z(t^*) = a_z t^* \end{cases}$$

RISULTATI NUMERICI

GRUPPO 1

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{50} \quad |\vec{F}_2| = \sqrt{53} \quad \hat{F}_1 = \frac{\vec{F}_1}{\sqrt{50}} \quad \hat{F}_2 = \frac{\vec{F}_2}{\sqrt{53}}$$

$$\vec{F}_1 - 3\vec{F}_2 = +5\hat{i} + 10\hat{j} - 24\hat{k}$$

$$\vec{F}_1 \cdot (-\vec{F}_2) = +29$$

$$\vec{F}_2 \times 2\vec{F}_1 = -44\hat{i} + 70\hat{j} + 20\hat{k}$$

$$\vec{a} = 10\hat{i} + 4\hat{j} + 8\hat{k} \quad |\vec{a}| = 13.4 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}^* = 20\hat{i} + 8\hat{j} + 16\hat{k} \quad |\vec{v}^*| = 26.8 \text{ m/s}$$

$$\vec{r}^* = 20\hat{i} + 8\hat{j} + 16\hat{k} \quad |\vec{r}^*| = 26.8 \text{ m}$$

GRUPPO 2

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{50} \quad |\vec{F}_2| = \sqrt{53} \quad \hat{F}_1 = \frac{\vec{F}_1}{\sqrt{50}} \quad \hat{F}_2 = \frac{\vec{F}_2}{\sqrt{53}}$$

$$\vec{F}_1 - 2\vec{F}_2 = +3\hat{i} + 8\hat{j} - 19\hat{k}$$

$$\vec{F}_1 \cdot (-\vec{F}_2) = +43$$

$$3\vec{F}_2 \times \vec{F}_1 = -54\hat{i} + 63\hat{j} + 18\hat{k}$$

$$\vec{a} = 6\hat{i} + 4\hat{j} + 4\hat{k} \quad |\vec{a}| = 8.2 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{v}^* = 12\hat{i} + 8\hat{j} + 8\hat{k} \quad |\vec{v}^*| = 16.5 \text{ m/s}^{\#}$$

$$\vec{r}^* = 12\hat{i} + 8\hat{j} + 8\hat{k} \quad |\vec{r}^*| = 16.5 \text{ m}$$

GRUPPO 3

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{29} \quad |\vec{F}_2| = \sqrt{34} \quad \hat{F}_1 = \frac{\vec{F}_1}{\sqrt{29}} \quad \hat{F}_2 = \frac{\vec{F}_2}{\sqrt{34}}$$

$$\vec{F}_1 - 2\vec{F}_2 = +2\hat{i} + 9\hat{j} - 14\hat{k}$$

$$\vec{F}_1 \cdot (-\vec{F}_2) = +29$$

$$3\vec{F}_2 \times \vec{F}_1 = -9\hat{i} + 30\hat{j} + 18\hat{k}$$

$$\vec{a} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad |\vec{a}| = 4.47 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{v}^* = 8\hat{i} + 4\hat{k} \quad |\vec{v}^*| = 8.9 \text{ m/s}$$

$$\vec{r}^* = 8\hat{i} + 4\hat{k} \quad |\vec{r}^*| = 8.9 \text{ m}$$

GRUPPO 4

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{14} \quad |\vec{F}_2| = \sqrt{41} \quad \hat{F}_1 = \frac{\vec{F}_1}{\sqrt{14}} \quad \hat{F}_2 = \frac{\vec{F}_2}{\sqrt{41}}$$

$$\vec{F}_1 - 2\vec{F}_2 = \hat{i} + 10\hat{j} - 13\hat{k}$$

$$\vec{F}_1 \cdot (-\vec{F}_2) = +23$$

$$3\vec{F}_2 \times \vec{F}_1 = 6\hat{i} + 15\hat{j} + 12\hat{k}$$

$$\vec{a} = +2\hat{i} - 4\hat{j} + 4\hat{k} \quad |\vec{a}| = 6 \text{ m/s}^2$$

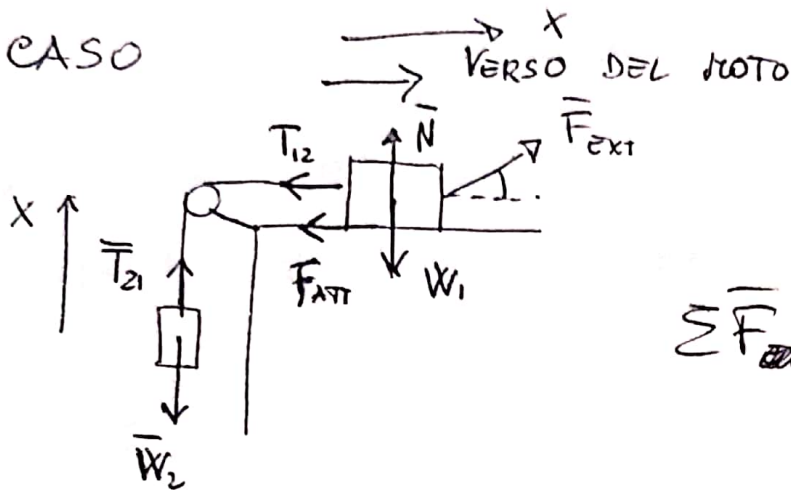
$$\vec{v}^* = 4\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k} \quad |\vec{v}^*| = 12 \text{ m/s}$$

$$\vec{r}^* = 4\hat{i} - 8\hat{j} + 8\hat{k} \quad |\vec{r}^*| = 12 \text{ m}$$

ESERCIZIO n. 2

CONDIZIONE DI EQUILIBRIO

I CASO



$$\text{massa } m_1) \quad \vec{F}_{\text{EXT}} + \vec{f}_{\text{ATT}} + \vec{T}_{12} + \vec{N} + \vec{W}_1 = 0$$

$$\text{axe } x) \quad + F_{\text{EXT}} \cos \theta - f_{\text{ATT}} - T_{12} = 0$$

$$\text{axe } y) \quad + N - m_1 g + F_{\text{EXT}} \sin \theta = 0$$

$$N = m_1 g - F_{\text{EXT}} \sin \theta$$

$$|f_{\text{ATT}}| \leq \mu_s N \quad |f_{\text{ATT}}| \leq \mu_s (m_1 g - F_{\text{EXT}} \sin \theta)$$

SOSTITUENDO

$$F_{\text{EXT}} \cos \theta - \mu_s (m_1 g - F_{\text{EXT}} \sin \theta) - T_{12} = 0$$

$$\text{massa } m_2) \quad \vec{T}_{21} + \vec{W}_2 = 0$$

$$+ T_{21} - m_2 g = 0$$

$$T_{21} = m_2 g$$

SOSTITUENDO

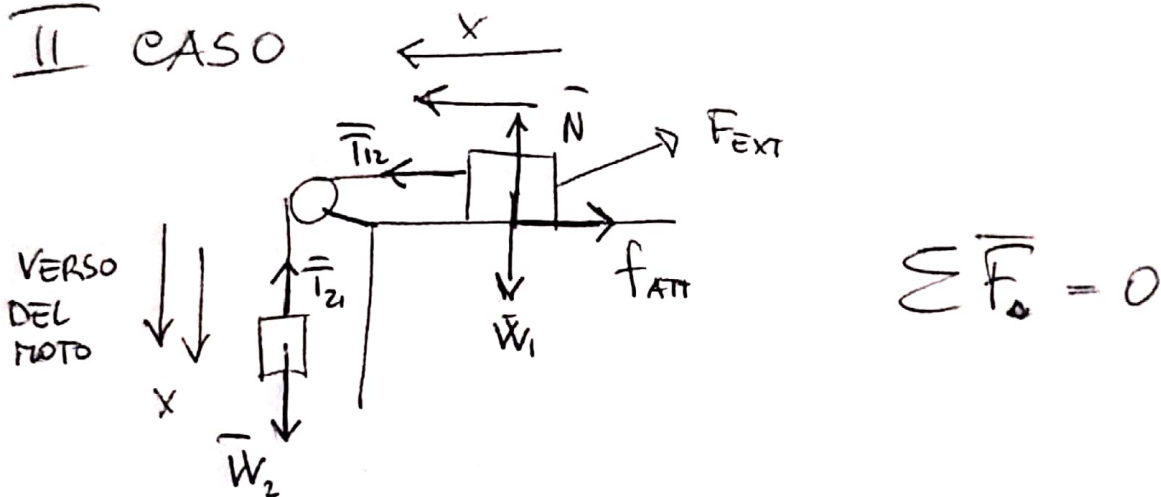
$$F_{\text{EXT}} \cos \theta - \mu_s (m_1 g - F_{\text{EXT}} \sin \theta) - m_2 g = 0$$

RICAVANDO F_{EXT}

$$F_{EXT} = \frac{g (\mu_s m_1 + m_2)}{(\cos\theta + \mu_s \sin\theta)}$$

SE LA F_{EXT} È MAGGIORE DI QUESTO VALORE m_1 SI MUOVE DA SINISTRA VERSO DESTRA

II CASO



$$\sum \vec{F}_\bullet = 0$$

massa m_1) $\vec{F}_{EXT} + \vec{f}_{ATT} + \vec{T}_{12} + \vec{W}_1 + \vec{N} = 0$

axex) $-f_{ATT} - F_{EXT} \cos\theta + T_{12} = 0$

ayey) $+m_1 g + N + F_{EXT} \sin\theta = 0$

$$N = m_1 g - F_{EXT} \sin\theta$$

$$|f_{ATT}| \leq \mu_s N \quad |f_{ATT}| \leq \mu_s (m_1 g - F_{EXT} \sin\theta)$$

SOSTITUENDO

$$-\mu_s (m_1 g - F_{EXT} \sin\theta) - F_{EXT} \cos\theta + T_{12} = 0$$

$$m_2) \quad \bar{W}_2 + \bar{T}_{12} = 0$$

$$+ m_2 g - T_{12} = 0$$

$$m_2 g = T_{12}$$

SOSTITUENDO

$$-\mu_s (m_1 g - F_{\text{EXT}} \mu \theta) - F_{\text{EXT}} \cos \theta + m_2 g = 0$$

RIEAVANDO F_{EXT}

$$F_{\text{EXT}} = g \frac{(m_2 - \mu_s m_1)}{(\mu_s \mu \theta - \cos \theta)}$$

SE LA \bar{F}_{EXT} E' MINORE DI QUESTO VALORE m_1
SI MUOVE DA DESTRA VERSO SINISTRA

II PARTE

$|\bar{F}_{\text{EXT}}| = 75 \text{ N}$ CON QUESTO VALORE IL SISTEMA
SI MUOVE DA SINISTRA VERSO
DESTRA COME DESCRITTO NEL
PRIMO CASO

$$m_1) \quad F_{\text{EXT}} \cos \theta - T_{12} - \mu_c (m_1 g - F_{\text{EXT}} \mu \theta) = m_1 a_{1x}$$

$$m_2) \quad +T_{21} - m_2 g = m_2 a_{2x}$$

$$\text{CON } a_{1x} = a_{2x} = a_x$$

$$|\bar{T}_{12}| = |\bar{T}_{21}| = T$$

$$\begin{cases} F_{\text{EXT}} \cos \theta - T - \mu_c (m_1 g - F_{\text{EXT}} \sin \theta) = m_1 a_x \\ +T - m_2 g = m_2 a_x \end{cases}$$

SOMMANDO MEMBRO A MEMBRO

$$F_{\text{EXT}} \cos \theta - T - \mu_c (m_1 g - F_{\text{EXT}} \sin \theta) + T - m_2 g = (m_1 + m_2) a_x$$

$$a_x = \frac{F_{\text{EXT}} (\cos \theta + \mu_c \sin \theta)}{m_1 + m_2} - g \frac{(\mu_c m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$T = m_2 (a_x + g)$$

RISULTATI NUMERICI

GRUPPO 1

EQUILIBRIO I CASO $F_{\text{EXT}} = 55.2 \text{ N}$

II CASO $F_{\text{EXT}} = 29.4 \text{ N}$

II PARTE $a_x = 2 \text{ m/s}^2$

$T = 23.6 \text{ N}$

GRUPPO 2

EQUILIBRIO I CASO $F_{\text{EXT}} = 55.2 \text{ N}$

II CASO $F_{\text{EXT}} = 29.4 \text{ N}$

II PARTE $a_x = 2 \text{ m/s}^2$

$T = 23.6 \text{ N}$

GRUPPO 3

EQUILIBRIO I ~~CASO~~ $F_{\text{EXT}} = 51.48 \text{ N}$

II CASO $F_{\text{EXT}} = 23.6 \text{ N}$

II PARTE $a_x = 2.5 \text{ m/s}^2$

$$T = 24.6 \text{ N}$$

GRUPPO 4

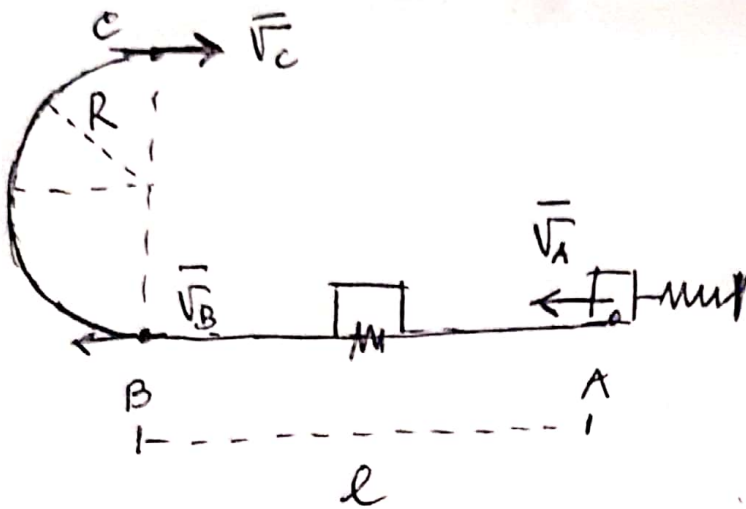
EQUILIBRIO I CASO $F_{\text{EXT}} = 58.4 \text{ N}$

$$F_{\text{EXT}} = 38.2 \text{ N}$$

II PARTE $a_x = 2 \text{ m/s}^2$

$$T = 23.6 \text{ N}$$

ESERCIZIO n. 3



NEL PUNTO A $\frac{1}{2} k d^2 = \frac{1}{2} m v_A^2$ d COMPRESS. DELLA MOLLA

$$v_A = d \sqrt{k/m}$$

NEL PUNTO B $E_{TOT}^A = E_{TOT}^B + E_{DISS A \rightarrow B}$

$$E_{TOT}^B = E_{TOT}^A - E_{DISS A \rightarrow B}$$

$$E_{TOT}^B = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_{TOT}^A = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$E_{DISS A \rightarrow B} = + \mu m g l \quad l = AB$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 - \mu m g l$$

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2 \mu g l}$$

NEL PUNTO c $E_{TOT}^c = E_{TOT}^B$

$$E_{TOT}^c = \frac{1}{2} m v_c^2 + m g h_c \quad h_c = 2R$$

$$E_{\text{Tot}}^B = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_c^2 + m g h_c$$

$$v_c = \sqrt{v_B^2 - 2 g h_c}$$

NEL PUNTO C LA VELOCITA' E' ORIZZONTALE, PER CUI QUANDO IL BLOCCHETTO LASCIA LA GUIDA CIRCOLARE SI TROVA NEL VERTICE DI UNA TRAIETTORIA PARABOLICA

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} + a_x t \\ v_y(t) = v_{0y} + a_y t \end{cases}$$

$$\text{con } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h_c \end{cases} \begin{cases} v_{0x} = v_c \\ v_{0y} = 0 \end{cases} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = v_c t \\ y(t) = h_c - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \begin{cases} v_x(t) = v_c \\ v_y(t) = -g t \end{cases}$$

$$t_v : y(t_v) = 0 \quad t_v = \sqrt{2 h_c / g}$$

$$x(t_v) = v_c t_v$$

RISULTATI NUMERICI

GRUPPO 1

$$v_A = 5.69 \text{ m/s}$$

$$v_B = 4.75 \text{ m/s}$$

$$v_c = 1.72 \text{ m/s}$$

$$t_v = 0.45 \text{ s}$$

$$x(t_v) = 0.77 \text{ m}$$

GRUPPO 2

$$v_A = 6.36 \text{ m/s}$$

$$v_B = 5.5 \text{ m/s}$$

$$v_c = 3.3 \text{ m/s}$$

$$t_v = 0.45 \text{ s}$$

$$x(t_v) = 1.5 \text{ m}$$

GRUPPO 3

$$v_A = 6.36 \text{ m/s}$$

$$v_B = 5.5 \text{ m/s}$$

$$v_c = 3.26 \text{ m/s}$$

$$t_v = 0.45 \text{ s}$$

$$x(t_v) = 1.47 \text{ m}$$

GRUPPO 4

$$v_A = 6.75 \text{ m/s}$$

$$v_B = 5.98 \text{ m/s}$$

$$v_c = 4.02 \text{ m/s}$$

$$t_v = 0.45 \text{ s}$$

$$x(t_v) = 1.80 \text{ m}$$