

Anno Accademico 2022-2023

Fisica I – 12 CFU

Esercitazione n.5 – Urti

Esercizio n.1

In un piano una particella A si muove con una velocità di 5 m/s diretta lungo la bisettrice del I e III quadrante e con il verso rivolto verso il III quadrante. Ad un certo istante urta elasticamente una particella B che si muove lungo la verticale diretta verso l'alto. Noto che dopo l'urto la particella A si ferma, si determinino le velocità della particella B prima e dopo l'urto.

Esercizio n.2

Un pendolo semplice ($m=2$ kg e $l=50$ cm) e' lasciato cadere da fermo dalla posizione $\theta_0=60^\circ$. Quando arriva nella posizione verticale, esplose e si spacca in due frammenti di cui uno ($m_1=9/10$ m) rimane fermo attaccato al filo ed un altro parte in avanti. Si calcoli la velocità del frammento che si stacca e l'energia guadagnata con l'esplosione.

Esercizio n.3

In un piano una particella di massa $m_A=2$ kg, che viaggia con velocità $\mathbf{V}_A = +2\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$, ed una particella di massa $m_B = 1$ kg, che viaggia con velocità $\mathbf{V}_B = -5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$, si urtano. Si determinino le velocità delle due particelle dopo l'urto, noto che la particella A si muoverà parallela all'asse y e che la particella B si muoverà parallela all'asse x. Si calcoli l'energia dissipata nell'urto.

Esercizio n.4

Un proiettile di massa $m = 100$ g si muove orizzontalmente a velocità costante $v_0=30$ m/s. Ad un certo istante urta, conficcandosi, una massa $M = 1$ kg sospesa verticalmente mediante un filo inestensibile. Quale è la velocità del sistema immediatamente dopo l'urto? Quale è la massima altezza raggiunta?

Esercizio n.5

Un blocco di massa $m_1 = 1$ kg e un blocco di massa $m_2 > m_1$ sono inizialmente in quiete su un piano inclinato ($\theta = 30^\circ$) privo di attrito. La massa m_2 è poggiata ad una molla con costante elastica $k = 11$ kN/m. La distanza tra i due blocchi, misurata lungo il piano inclinato vale 4 m. il blocco m_1 lasciato libero di muoversi urta elasticamente il blocco m_2 . Dopo l'urto il blocco m_1 risale il piano inclinato per un tratto di 2.56 m mentre il blocco m_2 scende e comprime la molla di 0.04 m fermandosi. Si determini il valore della massa m_2

Esercizio n.6

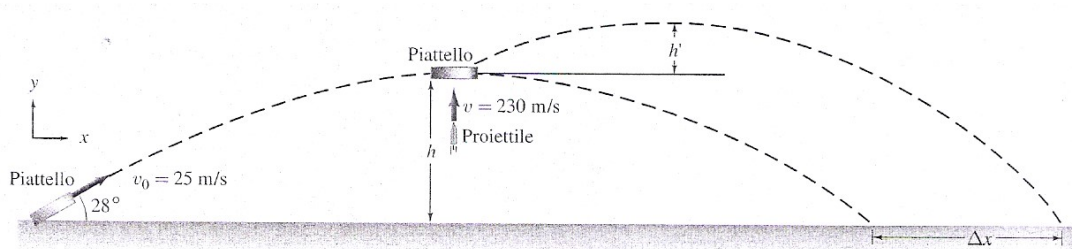
Una particella di massa $m_A = m$ e velocità $\mathbf{v}_A = v_0\mathbf{i}$ urta un'altra particella di massa $m_B = 2m$ e velocità $\mathbf{v}_B = v_0\mathbf{j}$. L'urto è tale che, dette \mathbf{w}_A e \mathbf{w}_B le velocità dopo l'urto, è valida la relazione

$$\mathbf{w}_A - \mathbf{w}_B = -(\mathbf{v}_A - \mathbf{v}_B)$$

Si determinino le velocità delle particelle dopo l'urto

Esercizio n.7

Un piattello di 0.25 kg è lanciato ad un angolo di 28° rispetto all'orizzontale con una velocità in modulo pari a 25 m/s. Quando raggiunge la massima altezza h , viene colpito da un proiettile di 15 g che sta salendo verticalmente. Il proiettile si conficca nel piattello alla velocità di 230 m/s. Di che quota h' sale più in alto il piattello, quanto vale il Δx ?



Esercizio n.8

Due automobili dell'autostrada urtano elasticamente quando una di esse si avvicina all'altra da dietro. L'automobilina A ha una massa di 450 kg e quella B di 490 kg. Se l'automobilina A si avvicina a B con una velocità di 4.5 m/s mentre B si sta muovendo ad una velocità di 3.7 m/s si calcolino le loro velocità dopo l'urto e la variazione di quantità di moto di ciascuna.

Esercizio n.9

Due pendoli di massa uno il triplo dell'altra sono fermi, uno con il filo in posizione verticale ed uno con il filo inclinato in modo che il pendolo si trovi ad una quota di 4 cm. Questi viene lasciato libero di cadere e colpisce l'altro. Si supponga che l'urto sia completamente anelastico. Si calcoli la quota massima raggiunta dal sistema dopo l'urto e la percentuale di energia persa nell'urto

Esercizio n.10

Un nucleo instabile di massa $17 \cdot 10^{-27}$ kg si disintegra in tre particelle. Una delle particelle, di massa $5 \cdot 10^{-27}$ kg si muove lungo l'asse y con velocità $6 \cdot 10^6$ m/s. Un'altra particella, di massa $8.4 \cdot 10^{-27}$ si muove lungo l'asse x con velocità $4 \cdot 10^6$ m/s. Calcolare la velocità della terza particella e l'energia totale liberata nella disintegrazione

Esercizio n.11

Un vaso cadendo sul pavimento si rompe in tre frammenti di massa uguale. L'urto è tale che il centro di massa resta fermo mentre i tre frammenti si muovono sul pavimento. Due di essi si muovono in direzioni perpendicolari fra loro (asse x e asse y, lungo il verso positivo) con la stessa velocità in modulo (0.1 m/s). Si calcoli la direzione, il verso ed il modulo della velocità del terzo frammento.

Esercizio n.12

Dopo un urto completamente anelastico tra due corpi aventi la stessa massa e la stessa velocità iniziale v , questi si muovono insieme con velocità $v/3$. Qual era l'angolo tra le loro direzioni iniziali?

Può servire la formula trigonometrica: $\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha - \beta)$

Esercizio n.13

Un'automobile di 2000 kg in moto con velocità di 30 m/s insegue un'altra automobile, di massa uguale, in moto nella stessa direzione con velocità di 10 m/s. Se le due auto si scontrano e rimangono attaccate quale è la velocità subito dopo l'urto? Quale è la variazione percentuale di energia cinetica durante l'urto?

Esercizio n.14

In una partita di football americano, un giocatore di 90 kg che corre verso Est con una velocità di 5 m/s, viene placcato da un avversario di 95 kg che corre verso Nord con una velocità di 3 m/s. Supponendo l'urto fra i giocatori perfettamente anelastico, si determini la velocità dei due subito dopo l'urto e la quantità di energia dissipata nell'urto.

Esercizio n.15

Sopra un piano orizzontale liscio sono posti due punti materiali di massa $m_1 = 0.15$ kg e $m_2 = 0.37$ kg a contatto tra loro. Il punto m_1 è attaccato ad una molla di costante elastica k , in condizioni di riposo. Ad un certo istante, il punto m_1 viene spostato verso sinistra comprimendo la molla di $x_0 = 12$ cm mentre m_2 resta fermo; poi si lascia libero m_1 con velocità iniziale nulla, che ritorna verso m_2 e lo urta in modo completamente anelastico. Calcolare lo spostamento massimo del sistema verso destra.

Esercizio n.16

Una barretta di creta di 12 g viene lanciata orizzontalmente su un blocco di legno di 100 g inizialmente a riposo su una superficie orizzontale. La barretta si attacca al blocco. Dopo l'urto il blocco e la barretta scivolano per 7.5 m prima di fermarsi. Se il coefficiente di attrito fra il blocco e la superficie è 0.65 quale era la velocità della barretta prima dell'urto?

Esercizio n.17

Un'automobile di 1500 kg in moto verso Nord con velocità di 70 km/h investe in un incrocio un'automobile di 2000 kg in moto verso Ovest con velocità di 55 km/h. Le due automobili rimangono incastrate. Quanto vale la quantità di moto totale prima dell'urto? Quale è il modulo e la direzione della velocità dei rottami subito dopo l'urto?

Esercizio n.18

Una massa di 3 kg con velocità iniziale $v_1 = 5i$ (espressa in m/s) urta attaccandovisi, un'altra massa di 2 kg in moto con velocità $v_2 = -3j$ (espressa in m/s). Si calcoli la velocità finale delle due masse unite e la percentuale di energia persa nell'urto rispetto all'energia iniziale.

Esercizio n.19

Tre corpi, di masse rispettivamente m_1 , m_2 e m_3 , sono disposti come in figura su una guida orizzontale rettilinea, sulla quale possono scivolare senza attrito. All'istante iniziale il corpo 1 si muove verso destra con velocità costante di modulo $v_1 = 20$ cm/s, mentre i corpi 2 e 3 sono in quiete. Il corpo 1 urta elasticamente il corpo 2, il quale a sua volta urta pure elasticamente il corpo 3. Noto che $m_1 = 7$ g, $m_2 = 15$ g e $m_3 = 5$ g si determini la velocità finale del corpo 3.

**Esercizio n.20**

Due automobili di massa uguale si avvicinano ad un incrocio. Una di esse sta viaggiando ad una velocità di 13 m/s in direzione Est, mentre l'altra si muove in direzione Nord. All'incrocio i due veicoli si urtano e rimangono uniti, lasciando sull'asfalto una strisciata che forma un angolo di 55° con la direzione Est verso Nord. Il limite di velocità per entrambi gli automobilisti era di 56 km/h. Il guidatore che si muoveva in direzione Nord sostiene che stava rispettando questo limite, mentre o dice la verità?

Esercizio n.21

Il corpo A, che ha massa m e velocità $v_0\mathbf{i}$ urta un corpo B di massa $2m$ e velocità $\frac{1}{2}v_0\mathbf{i}$. Dopo l'urto il corpo B ha velocità $\frac{1}{4}v_0\mathbf{i}$. Si determini la velocità del corpo A dopo l'urto. L'urto è elastico? In caso di risposta negativa si esprima la variazione di energia cinetica in termini di m e v_0 .

Esercizio n.22

Un cannone spara un proiettile con velocità iniziale di modulo $v_0 = 30$ m/s con un angolo di inclinazione di 45° ; quando il proiettile raggiunge la sua quota massima esplose e si frantuma in due pezzi di uguale massa, uno dei quali cade verticalmente rispetto al punto dell'esplosione; determinare a che distanza dal punto di sparo cade l'altro pezzo.

Esercizio n.23

Un proiettile di massa m viene sparato contro un blocco di massa M che è inizialmente in quiete su un bordo di un tavolo, privo di attrito, di altezza h . Il proiettile si conficca nel blocco e, dopo l'urto, il blocco cade ad una distanza d dal tavolo. Si calcoli la velocità iniziale del proiettile con $m = 250$ g, $M = 2$ kg, $h = 80$ cm e $d = 2,5$ m.

Esercizio n.24

Un'automobile di 1500 kg in moto verso Nord, con velocità di 70 km/h investe in un incrocio un'automobile di 2000 kg in moto verso Ovest con velocità di 55 km/h. Le due automobili rimangono incastrate. Quale è la quantità di moto totale del sistema prima dell'urto? Quale è il modulo e la direzione dei rottami dopo l'urto?

Esercizio n.25

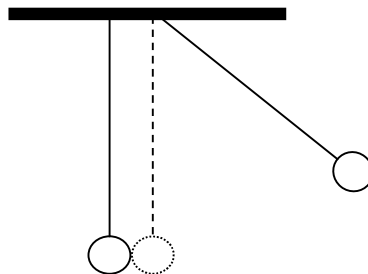
Una particella di massa 0,2 kg mentre si muove con una velocità di 0,40 m/s urta una seconda particella di massa 0,3 kg inizialmente ferma. Dopo l'urto la prima particella si muove con una velocità di 0,20 m/s formando un angolo di 40° con la direzione iniziale. Si determini la velocità della seconda particella dopo l'urto.

Esercizio n.26

Una sfera di 0,5 kg si muove con velocità $\mathbf{v}_1 = (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + \mathbf{k})$ m/s e urta un'altra sfera di massa 1,5 kg che si stava muovendo alla velocità $\mathbf{v}_2 = (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k})$ m/s. La velocità della prima sfera dopo l'urto è $\mathbf{w}_1 = (-\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 8\mathbf{k})$ m/s. Si calcoli la velocità della seconda sfera dopo l'urto e si verifichi se si tratta di un urto elastico.

Esercizio n.27

Due sfere di masse $m_1 = m$ e $m_2 = 2m$ sono appese ciascuna ad un filo di lunghezza L in modo da costituire due pendoli semplici contigui. Lasciando la massa m_2 ferma nella posizione iniziale, la massa m_1 viene portata a formare un angolo di 45° con la verticale e lasciata andare da ferma. Quali altezze massime raggiungono i due pendoli dopo l'urto? (Si supponga che l'urto sia un urto elastico)



Esercizio n.28

Una sfera di 0.5 kg si muove con velocità $v_1 = (2i - 3j + k)$ m/s e urta un'altra sfera di massa 1.5 kg che si stava muovendo alla velocità $v_2 = (-i + 2j - 3k)$ m/s. La velocità della prima sfera dopo l'urto è $w_1 = (-i + 3j - 8k)$ m/s. Si calcoli la velocità della seconda sfera dopo l'urto e si verifichi se si tratta di un urto elastico.

Esercizio n.29

Una pallottola di 5 g con velocità iniziale di 400 m/s attraversa un blocco di 1 kg. Il blocco inizialmente in quiete su una piattaforma orizzontale liscia è connesso ad una molla di costante elastica 900 N/m. Se dopo l'urto fra il proiettile e il blocco, il blocco si sposta verso destra comprimendo la molla di 5 cm si determinino la velocità del proiettile con la quale esce dal blocco e l'energia dissipata nell'urto.

Esercizio n.30

Due palle da biliardo di uguale massa, si urtano elasticamente in un piano orizzontale. La palla A prima dell'urto procede con una velocità di 2 m/s inclinata di 30° con l'orizzontale; la palla B è ferma. Dopo l'urto si osserva che la palla B si muove in direzione ortogonale a quella orizzontale. Si determinino le velocità finali.

Esercizio n.31

Un proiettile che pesa 5 g viene sparato orizzontalmente in un blocco di legno da 2 kg che giace su un piano orizzontale. Il proiettile si conficca nel blocco che si sposta di 2 m. Se il coefficiente dinamico fra il blocco e il piano vale 0.2, si trovi la velocità iniziale del proiettile

Esercizio n.32

Due corpi A e B con masse rispettivamente m_A e m_B collidono in un urto totalmente anelastico. Siano le velocità prima dell'urto $v_A = 5i + 3j$ e $v_B = -i + 4j$ (si considerino tutte le componenti delle velocità espresse in m/s) e si consideri $m_A = 3/2 m_B$. Si determinino la velocità del sistema dopo l'urto e la variazione di energia cinetica avvenuta nell'urto.

Esercizio n.33

Due palline da biliardo di ugual massa $m = 0.1$ kg si urtano elasticamente in un piano orizzontale. Prima dell'urto una di esse si muove lungo la direzione orizzontale con una velocità di 4 m/s mentre la seconda è ferma. Dopo l'urto si muovono entrambe con una velocità che forma un angolo di 45° con l'asse orizzontale. Si scriva la quantità di moto totale dopo l'urto e si calcolino le velocità delle due palline dopo l'urto.

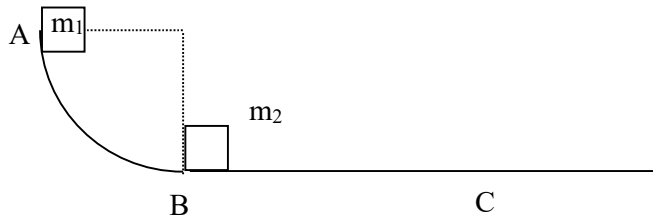
Esercizio n.34

Un blocco di massa $m = 5$ kg si muove su un piano orizzontale scabro avente un coefficiente di attrito cinematico $\mu_c = 0.2$. Inizialmente il blocco è dotato di una velocità di 6 m/s e si trova ad una distanza di 8 m da una molla di costante elastica $k = 100$ N/m. Si determini se il blocco urta contro la molla. In caso affermativo di calcoli la massima compressione della molla.

Esercizio n.35

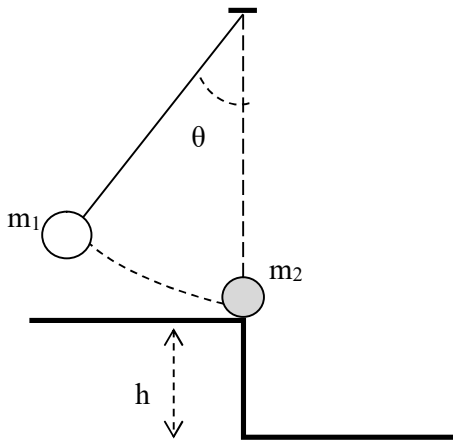
Una guida ABC è costituita da un arco di circonferenza AB di raggio 3 m (l'arco AB è pari ad un quarto della circonferenza) e da un tratto rettilineo BC. Il tratto curvilineo è liscio mentre il tratto rettilineo presenta attrito con coefficiente di attrito $\mu = 0.3$. Un corpo di massa $m_1 = 2$ kg viene lasciato scivolare dal punto A. Esso urta in modo completamente anelastico un corpo di massa $m_2 =$

3 kg inizialmente fermo in B. Si determinino la velocità dei due corpi subito dopo l'urto e la distanza percorsa dai due corpi sul tratto rettilineo prima di fermarsi.



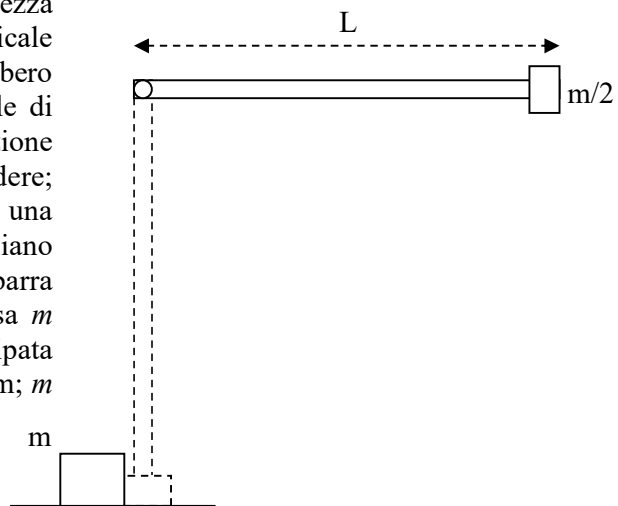
Esercizio n.36

Un pendolo semplice di massa $m_1 = 0,2$ kg e lunghezza $L = 0.5$ m è tenuto sollevato di un angolo di $\theta = 60^\circ$ (figura 1). Quando viene lasciato libero e arriva in posizione verticale urta una massa $m_2 = 0.1$ kg ferma sul bordo di un gradino alto $h = 60$ cm. Dopo l'urto il pendolo di massa m_1 sale di un angolo di 30° mentre la massa m_2 si muove sotto l'azione della forza peso. Si determini la velocità di m_2 subito dopo l'urto e la distanza dal gradino dove cadrà.



Esercizio n.37

Una sbarra omogenea di massa M e lunghezza L può ruotare liberamente in un piano verticale intorno ad un suo estremo. Sull'estremo libero della sbarra è attaccato un punto materiale di massa $m/2$. Da ferma nella posizione orizzontale, la sbarra viene lasciata cadere; quando si trova in posizione verticale urta una massa puntiforme m in quiete su un piano orizzontale. Sapendo che dopo l'urto la sbarra si ferma, si calcoli la velocità della massa m subito dopo l'urto e l'energia cinetica dissipata nell'urto. (Si supponga $M = 2$ kg; $L = 0.6$ m; $m = 0,5$ kg)



Risoluzione ez. N.1

$$\vec{V}_A = (V_{Ax}, V_{Ay}) \quad \text{VELOCITA' PRIMA DELL'URTO}$$

$$\vec{V}_B = (V_{Bx}, V_{By})$$

$$\vec{W}_A = (W_{Ax}, W_{Ay}) \quad \text{VELOCITA' DOPO L'URTO}$$

$$\vec{W}_B = (W_{Bx}, W_{By})$$

$$\begin{cases} V_{Ax} = V_{Ay} = -V_A \sin \frac{\pi}{4} = -V_{Ac} \\ V_{Bx} = 0 \quad V_{By} > 0 \\ W_{Ax} = W_{Ay} = 0 \end{cases}$$

PER IL PRINCIPIO DI CONS. DELLA QUANTITA' DI MOTO

$$\begin{cases} m_A V_{Ax} + m_B V_{Bx} = m_A W_{Ax} + m_B W_{Bx} \\ m_A V_{Ay} + m_B V_{By} = m_A W_{Ay} + m_B W_{By} \end{cases}$$

CHE DIVENTANO

$$\begin{cases} -m_A V_{Ac} = m_B W_{Bx} \\ -m_A V_{Ac} + m_B V_{By} = m_B W_{By} \end{cases}$$

~~PER IL PRINCIPIO DI CONS. DELLA QUANTITA' DI MOTO~~ ESSENDO UN URTO ELASTICO SI CONSERVA L'ENERGIA CINETICA

$$\frac{1}{2} m_A V_A^2 + \frac{1}{2} m_B V_B^2 = \frac{1}{2} m_A W_A^2 + \frac{1}{2} m_B W_B^2$$

$$V_A^2 = V_{Ax}^2 + V_{Ay}^2 = 2V_{Ac}^2$$

$$V_B^2 = V_{By}^2$$

$$W_A^2 = 0$$

$$W_B^2 = W_{Bx}^2 + W_{By}^2$$

$$2m_A V_{Ac}^2 + m_B V_{By}^2 = m_B (W_{Bx}^2 + W_{By}^2)$$

METTENDO A SISTEMA

$$\begin{cases} -m_A V_{Ac} = m_B W_{Bx} \\ -m_A V_{Ac} = m_B W_{By} - m_B V_{By} \\ 2m_A V_{Ac}^2 = m_B (W_{Bx}^2 + W_{By}^2) - m_B V_{By}^2 \end{cases}$$

SI OTTIENE

$$\begin{cases} W_{Bx} = -\frac{m_A}{m_B} V_{Ac} \\ W_{By} = -\frac{m_A + m_B}{m_B} V_{Ac} \\ V_{By} = V_{Ac} \end{cases}$$

€

Risoluzione ez. N.3

$$m_A = 2 \text{ Kg} \quad \vec{v}_A = 2 \hat{i} - 3 \hat{j}$$

$$m_B = 1 \text{ Kg} \quad \vec{v}_B = -5 \hat{i} + 2 \hat{j}$$

DOPO L'URTO $\vec{v}'_A \parallel \text{asse } y \Rightarrow v'_{Ax} = 0$

$$\vec{v}'_B \parallel \text{asse } x \Rightarrow v'_{By} = 0$$

SI CONSERVA LA QUANTITA' DI MOTO TOTALE DEL SISTEMA

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$$

IN COMPONENTI

$$\begin{cases} m_A v_{Ax} + m_B v_{Bx} = m_A v'_{Ax} + m_B v'_{Bx} \\ m_A v_{Ay} + m_B v_{By} = m_A v'_{Ay} + m_B v'_{By} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2)(+2) + (1)(-5) = (1) v'_{Bx} \\ (2)(-3) + (1)(+2) = (2) v'_{Ay} \end{cases}$$

$$v'_{Bx} = -1 \text{ m/s} \quad \vec{v}'_B = -\hat{i}$$

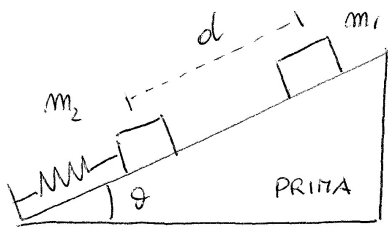
$$v'_{Ay} = -2 \text{ m/s} \quad \vec{v}'_A = -2\hat{j}$$

L'ENERGIA DISSIPATA E'

$$E_{\text{DISS}} = \left(\frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 \right) - \left(\frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2 \right)$$

$$E_{\text{DISS}} = (27.5 - 4.5) \text{ J} = 23 \text{ J}$$

Risoluzione ez. N.5



$$m_1 = 1 \text{ Kg}$$

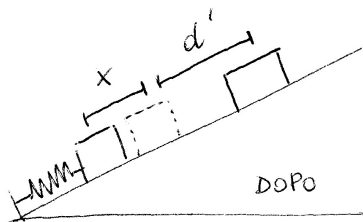
$$m_2 > m_1$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$K = 11 \text{ KN/m}$$

$$d = 4 \text{ m}$$

URTO ELASTICO



$$x = 0.04 \text{ m}$$

$$d' = 2.55 \text{ m}$$

L'ENERGIA TRASFERITA NEU' URTO DA m_1
A m_2 E' DATA DA

$$m_1 g (d - d') \sin \theta + m_2 g x \sin \theta$$

QUESTA ENERGIA E' TUTTA TRASFORMATA
IN ENERGIA POTENZIALE ELASTICA (MOVA
COMPRESSA)

$$\frac{1}{2} K x^2$$

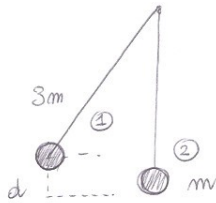
UGUAGLIANDO SI HA

$$m_1 g (d - d') \sin \theta + m_2 g x \sin \theta = \frac{1}{2} K x^2 \quad (4)$$

$$m_2 = \frac{\frac{1}{2} K x}{g \sin \theta} - \frac{m_1 (d - d')}{x}$$

$$m_2 = 8.9 \text{ Kg}$$

Risoluzione ez. N.9



$$d = 4 \text{ cm} = 0.04 \text{ m}$$

$$\text{PENDOLO } \textcircled{1} \quad m_1 = 3m$$

$$\text{PENDOLO } \textcircled{2} \quad m_2 = m$$

VELOCITA' DEL PENDOLO $\textcircled{1}$ PRIMA DI URTARE IL PENDOLO $\textcircled{2}$

$$m_1 g d = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad v_1 = \sqrt{2gd}$$

VELOCITA' DEL SISTEMA DOPO L'URTO

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_f$$

$$3m \sqrt{2gd} = 4m v_f$$

$$v_f = \frac{3}{4} \sqrt{2gd}$$

QUOTA MASSIMA RAGGIUNTA DOPO L'URTO DAL SISTEMA DEI DUE PENDOLI

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_f^2 = (m_1 + m_2) g h_f$$

$$h_f = \frac{v_f^2}{2g} \quad h_f = \frac{9}{16} \frac{2gd}{2g} = \frac{9}{16} d$$

$$h_f = 2 \text{ cm}$$

LA % DI ENERGIA PERSA E'

$$\Delta E \% = \frac{E_i - E_f}{E_i} \%$$

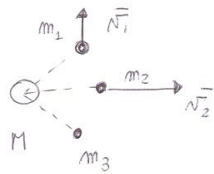
$$E_i = m_1 g d$$

$$E_f = (m_1 + m_2) g h_f$$

$$\Delta E \% = \frac{3mgd - 4mg \cdot \frac{9}{16}d}{3mgd} \%$$

$$= \left(1 - \frac{3}{4}\right) \% = 25 \%$$

Risoluzione ez. N.10



$$M = 17 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$m_1 = 5 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$m_2 = 8.4 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$N_1 = 6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$\vec{N}_1 \parallel \text{asse } y$$

$$N_2 = 4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$N_2 \parallel \text{asse } x$$

SISTEMA ISOLATO $\vec{P}_{\text{TOT}}^i = \vec{P}_{\text{TOT}}^f$ $\vec{P}_{\text{TOT}}^i = 0$
 SI CONSERVA LA q.d.m.

$$\begin{cases} P_{\text{TOT}x}^i = P_{\text{TOT}x}^f \\ P_{\text{TOT}y}^i = P_{\text{TOT}y}^f \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m_1 N_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} \\ 0 = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} \end{cases}$$

$$m_1 = 5 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$m_2 = 8.4 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$m_3 = M - (m_1 + m_2) \quad m_3 = 3.6 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$$

$$\vec{N}_1 \parallel \text{asse } y \quad \begin{cases} N_{1x} = 0 \\ N_{1y} = +N_1 \end{cases}$$

$$\vec{N}_2 \parallel \text{asse } x \quad \begin{cases} N_{2x} = +N_2 \\ N_{2y} = 0 \end{cases}$$

PERTANTO

$$\begin{cases} m_2 N_2 + m_3 v_{3x} = 0 \\ m_1 N_1 + m_3 v_{3y} = 0 \end{cases}$$

$$v_{3x} = - \frac{m_2}{m_3} v_2$$

$$v_{3y} = - \frac{m_1}{m_3} N_1$$

$$v_{3x} = - \frac{8.4 \cdot 10^{-27}}{3.6 \cdot 10^{-27}} \cdot 4 \cdot 10^6 = -9.3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$v_{3y} = - \frac{5 \cdot 10^{-27}}{3.6 \cdot 10^{-27}} \cdot 6 \cdot 10^6 = -8.3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$K_{\text{FIN}} > K_{\text{INI}} \quad K_{\text{INI}} = 0$$

$$\Delta K = K_{\text{FIN}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} m_3 v_3^2$$

ESERCIZIO

$$M_{TOT} = M_1 + M_2 + M_3 \quad J = 0.1 \text{ m/s}$$

$$M_1 = M_2 = M_3 = m$$

$$M_{TOT} = 3m$$

$$\bar{V}_{cm} = 0 \quad \bar{P}_{TOT}^+ = 0 \quad \begin{cases} P_{TOTx}^+ = 0 \\ P_{TOTy}^+ = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} + m_3 v_{3x} = 0 \\ m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} + m_3 v_{3y} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{1x} \neq 0 \\ J_{1y} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} J_{2x} = 0 \\ J_{2y} \neq 0 \end{cases} \quad J_{1x} = J_{2y} = J \quad \begin{cases} J_{3x} \neq 0 \\ J_{3y} \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 J + m_3 J_{3x} = 0 \\ m_2 J + m_3 J_{3y} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} m_1 = m_3 = m \\ m_2 = m_3 = m \end{matrix}$$

$$\begin{cases} m J + m J_{3x} = 0 \\ m J + m J_{3y} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} J_{3x} = -J \\ J_{3y} = -J \end{cases}$$

$$\bar{J}_3 = -J \hat{i} - J \hat{j}$$

$$|\bar{J}_3| = 0.14 \text{ m/s}$$

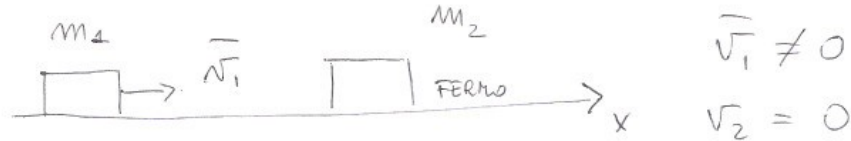
$$|\bar{J}_3| = \sqrt{J^2 + J^2} = \sqrt{2} J$$

$$\alpha_3 = 45^\circ \text{ (III quadrante)}$$

Risoluzione ez. N.19

USCIVANO M. U

PRIMO URTO



URTO ELASTICO \Rightarrow SI CONSERVA ENERGIA CIN.

SISTEMA ISOLATO \Rightarrow SI CONSERVA \bar{P}_{TOT}

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \bar{v}'_1 + m_2 \bar{v}'_2$$

$$m_1 \bar{v}_{1x} + m_2 \bar{v}_{2x} = m_1 \bar{v}'_{1x} + m_2 \bar{v}'_{2x}$$

$$\bar{v}_2 = 0 \quad \bar{v}_{2x} = 0$$

$$m_1 \bar{v}_{1x} = m_1 \bar{v}'_{1x} + m_2 \bar{v}'_{2x}$$

$$\frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \bar{v}'_1{}^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}'_2{}^2$$

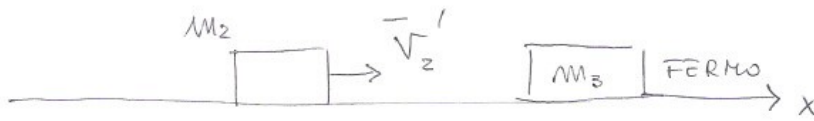
$$\bar{v}_2 = 0 \quad \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2 = 0$$

$$m_1 \bar{v}_1^2 = m_1 \bar{v}'_1{}^2 + m_2 \bar{v}'_2{}^2$$

Risolvendo il sistema

$$\bar{v}'_{2x} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) \bar{v}_{1x} \quad \bar{v}'_{1x} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) \bar{v}_{1x}$$

SECONDO URTU



Ripetendo lo stesso procedimento essendo anche questo un urto elastico in un sistema isolato si ottiene

$$v_{2x}'' = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} v_{2x}'$$

$$v_{3x}'' = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} v_{2x}'$$

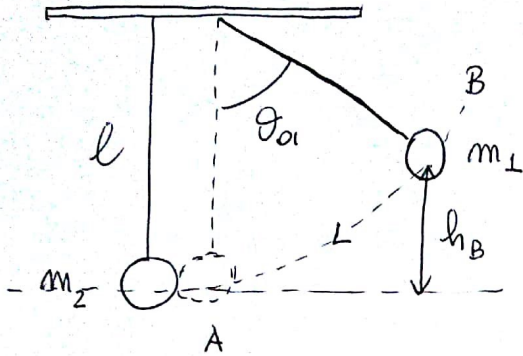
Sostituendo nella seconda l'espressione di v_{2x}' si ha

$$v_{3x}'' = \frac{2m_2}{m_2 + m_3} \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1x}'$$

$$v_{3x}'' = \frac{4m_1 m_2}{(m_2 + m_3)(m_1 + m_2)}$$

$$v_{3x}'' = 19.1 \text{ cm/s} \quad \text{con} \quad \begin{aligned} m_1 &= 7g \\ m_2 &= 15g \\ m_3 &= 5g \\ |v_{1x}'| &= 20 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

(da sinistra verso destra)



$$m_1 = m$$

$$m_2 = 2m$$

$$\theta_{01} = 45^\circ \quad \theta_{02} = 0$$

$$v_{01} = 0 \quad v_{02} = 0$$

MASSA m_1 DALLA POSIZIONE B ALLA POSIZIONE A
 PRINCIPIO DI CONSERV. DELL'ENERGIA MECCANICA

$$m_1 g h_B = \frac{1}{2} m_1 v_{1A}^2$$

$$h_B = l - l \cos \theta_{01} = l(1 - \cos \theta_{01})$$

$$m_1 g l(1 - \cos \theta_{01}) = \frac{1}{2} m_1 v_{1A}^2$$

$$v_{1A} = \sqrt{2gl(1 - \cos \theta_{01})}$$

URTO ELASTICO FRA LE DUE MASSE, SI CONSERVA
 \vec{P}^{TOT} LUNGO LA DIREZIONE X E, ESSENDO UN
 URTO ELASTICO SI CONSERVA L'ENERGIA
 CINETICA

$$P_{TOT}^i = P_{TOT}^f$$

$$m_2 v_{02} + m_1 v_{1A} = m_2 v_2' + m_1 v_1'$$

$$v_{02} = 0 \quad \boxed{m_1 v_{1A} = m_2 v_2' + m_1 v_1'}$$

$$K_{TOT}^i = K_{TOT}^f$$

$$\cancel{\frac{1}{2} m_2 v_{02}^2} + \frac{1}{2} m_1 v_{1A}^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1'^2$$

$$\boxed{m_1 v_{1A}^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2}$$

SI RISOLVE IL SISTEMA RISPETTO ALLE INCOGNITE

v_1' e v_2'

$$\begin{cases} m_1 v_{1A} - m_1 v_1' = m_2 v_2' \\ m_1 v_{1A}^2 - m_1 v_1'^2 = m_2 v_2'^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 (v_{1A} - v_1') = m_2 v_2' \\ m_1 (v_{1A}^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1 (v_{1A} - v_1') = m_2 v_2' \\ m_1 (v_{1A} - v_1') (v_{1A} + v_1') = m_2 v_2'^2 \end{cases}$$

FACENDO IL RAPPORTO MEMBRO A MEMBRO

(2)

$$\frac{m_1 (\cancel{v_{1A}} - v'_1) (\cancel{v_{1A}} + v'_1)}{m_1 (\cancel{v_{1A}} - v'_1)} = \frac{m_2 v'_2}{m_2 \cancel{v'_2}}$$

IL SISTEMA DA RISOLVERE DIVENTA

$$\begin{cases} m_1 v_{1A} - m_1 v'_1 = m_2 v'_2 \\ v_{1A} + v'_1 = v'_2 \end{cases}$$

PER SOSTITUZIONE

$$m_1 v_{1A} - m_1 v'_1 = m_2 (v_{1A} + v'_1)$$

$$m_1 v_{1A} - m_2 v_{1A} = m_1 v'_1 + m_2 v'_1$$

$$(m_1 - m_2) v_{1A} = (m_1 + m_2) v'_1$$

$$v'_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1A}$$

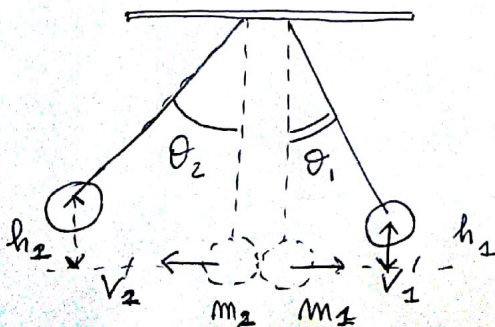
CON $m_1 = m$

$m_2 = 2m$

$$v'_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1A}$$

$$v'_1 = -\frac{1}{3} v_{1A}$$

$$v'_2 = \frac{2}{3} v_{1A}$$



DOPO L'URTO PER
CIASCUN PENDOLO VALE
IL PRINCIPIO DI CONSERV.
DELL'ENERGIA
MECCANICA

③

$$\text{PENDULO } m_1 \quad \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 = m_1 g h_1$$

$$\text{PENDULO } m_2 \quad \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = m_2 g h_2$$

$$h_1 = l(1 - \cos \theta_1) \quad v_1'^2 = \frac{1}{9} v_{1A}^2 = \frac{1}{9} 2gl(1 - \cos \theta_{01})$$

$$h_2 = l(1 - \cos \theta_2) \quad v_2'^2 = \frac{4}{9} v_{1A}^2 = \frac{4}{9} 2gl(1 - \cos \theta_{01})$$

SOSTITUENDO

$$\frac{1}{2} \frac{1}{9} 2gl(1 - \cos \theta_{01}) = gl(1 - \cos \theta_1)$$

$$\frac{1}{2} \frac{4}{9} 2gl(1 - \cos \theta_{01}) = gl(1 - \cos \theta_2)$$

$$\frac{1}{9} (1 - \cos \theta_{01}) = 1 - \cos \theta_1$$

$$\frac{4}{9} (1 - \cos \theta_{01}) = 1 - \cos \theta_2$$

$$\cos \theta_1 = 1 - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{8}{9} + \frac{1}{9} \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.968$$

$$\cos \theta_2 = 1 - \frac{4}{9} + \frac{4}{9} \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{9} + \frac{2}{9} \sqrt{2} = 0.870$$

$$\theta_1 \simeq 14.5^\circ \quad h_1 \simeq 0.03l$$

$$\theta_2 \simeq 29.5^\circ \quad h_2 = 0.13l$$

(4)