

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

2 luglio 2024

[1] Calcolare il limite delle seguenti successioni:

$$(a) \left\{ \frac{n!^2}{(2n)!} \right\}_{n \in \mathbb{N}}, \quad (b) \left\{ \frac{(2-3n)[n+(n-1)+\dots+1]}{4n^3+4n^2-1} \right\}_{n \in \mathbb{N}},$$

$$(c) \left\{ \left(1 - \frac{6}{5n^6 - n^3 + 4} \right)^{6n^6 + 2n} \right\}_{n \geq 1}.$$

[2] (i) Dimostrare che se $A \subset \mathbb{R}$ è superiormente limitato allora l'insieme dei maggioranti ha minimo.

(ii) Definire la nozione di funzione concava e dare un esempio di tale funzione giustificando, con calcoli espliciti, la sua scelta.

(iii) Enunciare e dimostrare la formula di rappresentazione integrale del resto di Taylor.

(iv) Dare un esempio di integrale generalizzato del tipo $\int_a^b f(x) dx$ divergente.

[3] Risolvere le seguenti equazioni differenziali del I ordine determinando la soluzione passante per il punto $(0, -1)$:

$$(A) \quad \frac{y'}{y^2 - 9} = \frac{1}{9x^2 - 1},$$

$$(B) \quad y' + \frac{2}{3-2x}y = (-2x+3)y^2 + (2x-3)^3.$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.