UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

4 Febbraio 2020

Testo[1] **C**

[1] Tenendo conto degli ordini degli infinitesimi e degli infiniti del numeratore e del denominatore, calcolare i seguenti limiti di funzioni:

$$(\mathbf{a})\quad \lim_{x\to 0}\frac{3\arcsin x^3-3x^3}{\sin 6x^9}\quad,\quad (\mathbf{b})\quad \lim_{x\to 3^+}\frac{(3-x)^2-1+\cos^2(x-3)}{(x-3)^4\cot^2(x-3)}\ ,$$

$$(\mathbf{c})\quad \lim_{x\to -\infty}\frac{5^x-7^x}{5^x-8^x}\quad,\quad (\mathbf{d})\quad \lim_{x\to +\infty}\frac{5^x-7^x}{5^x-8^x}\ .$$

[2] **(i)** Enunciare compiutamente e dimostrare che una serie assolutamente convergente è convergente.

(ii) Enunciare compiutamente e dimostrare che una funzione $f(x)$ derivabile è monotona decrescente se e solo se $f'(x)\le 0$.

(iii) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin della funzione $f(x)=\sqrt[3]{x+1}$.

(iv) Dare un esempio di funzione non integrabile secondo Riemann.

[3] Per ciascuna delle seguenti equazioni differenziali del I ordine, determinare la soluzione che verifica alla condizione iniziale $y(-1)=2$:

$$(\mathbf{A})\quad y'=\frac{4x+3y+7}{4y-x-3}\ ,$$

$$(\mathbf{B})\quad y'+(x^3-3x^2-9x-5)y=y^5(x^3-3x^2-9x-5)\ .$$

[1] Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.