

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

26 settembre 2023

[1] Si considerino le funzioni

$$f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1 - \cos(x+1)}{(x+1)^2} & , \quad x > -1 \\ x + \frac{3}{2} & , \quad x \leq -1 \end{cases} ,$$

$$g(x) = (x-2) \sin |x-2| \quad , \quad h(x) = (4x+5)^{6/5} .$$

- (a) Stabilire se esse sono continue.
(b) Stabilire se esse sono derivabili in ogni punto del dominio e, in caso affermativo, scrivere per ciascuna la funzione derivata.

- [2] (i) Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Dimostrare che $e^z = e^w$ se e solo se $w = z + i2k\pi$, per $k \in \mathbb{Z}$.
(ii) Dare un esempio di serie divergente per cui la successione dei termini della serie abbia limite nullo.
(iii) Cosa significa che due funzioni sono infiniti dello stesso ordine per $x \rightarrow -\infty$? Fornire anche un esempio.
(iv) Dopo aver definito la nozione di funzione regolare a tratti in un intervallo $[a, b]$, enunciare compiutamente e dimostrare che per una tale funzione si ha

$$f(b) - f(a) = \int_a^b f'(x) dx .$$

[3] Studiare e tracciare il grafico della funzione

$$F(x) = 1 + \arcsin f(x)$$

nei casi (A) $f(x) = \cos x$ e (B) $f(x) = \sinh x$.

Stabilire inoltre se le funzioni ottenute sono uniformemente continue giustificando la risposta.

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.