UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di[1]
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

4 luglio 2023

[1] Stabilire quali delle seguenti serie è convergente e, quando possibile, determinarne la somma.

$$(\mathbf{a}) \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n^3}{4n^3-1}\right)^{n^3} \quad , \quad (\mathbf{b}) \quad \sum_{n=5}^{\infty}\frac{2}{n^2-16} \ ,$$

$$(\mathbf{c}) \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{n}}-\left(\frac{5}{6}\right)^{\frac{1}{n+1}}\right] \quad , \quad (\mathbf{d}) \quad \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n^2+1}{3n^2+4} \ .$$

[2] **(i)** Dimostrare la divergenza della serie geometrica se il valore assoluto della sua ragione è maggiore di 1.
(ii) Dare un esempio di funzione che abbia un asintoto obliquo per $x \to +\infty$.
(iii) Un'applicazione lineare $L : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è integrabile in senso generalizzato in un intervallo del tipo $[a, +\infty)$? Giustificare la risposta con calcoli espliciti.
(iv) Enunciare compiutamente e dimostrare che una funzione derivabile in un connesso è concava se e solo se la sua derivata è decrescente.

[3] Dopo aver determinato la classe di continuità delle funzioni che seguono, scrivere la formula di Taylor nel punto x_0 indicato a fianco di ciascuna di esse rappresentando il resto nella forma di Lagrange.

$$f(x) = \sqrt[4]{36-8x} - \sqrt{x+4} \ , \ x_0 = 4 \quad , \quad g(x) = \frac{3(x+2)}{3x^2+x-10} \ , \ x_0 = \frac{2}{3} \ ,$$

$$h(x) = \log(x+4) + \sqrt[3]{2x+6} \ , \ x_0 = -3 \ .$$

[1] Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.