

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

5 luglio 2022

[1] Calcolare, se esiste, il limite delle seguenti successioni:

$$(a) \left\{ e^3 - (-1)^n \left(1 + \frac{3}{n} \right)^n \right\}_{n \neq 0}, \quad (b) \left\{ \frac{\sqrt[2n]{(2n+1)!}}{2n+2} \right\}_{n \geq 2},$$

$$(c) \left\{ \operatorname{arccot}(2 - n^4) + \sqrt{4n + \sqrt{2n}} - \sqrt{4n - \sqrt{2n}} \right\}_{n \geq 1}.$$

[2] (i) Enunciare compiutamente e dimostrare il teorema dell'unicità del limite per $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$.

(ii) Enunciare compiutamente e dimostrare che una funzione derivabile $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ in un intervallo aperto A è convessa se e solo se, per ogni $x, x_0 \in A$,
 $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$.

(iii) Quale relazione intercorre tra le funzioni di Eulero di I e II specie?

(iv) Qual è il valore principale di $(-i)^i$?

[3] Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$(A) \quad y' = \frac{x + y - 2}{3x + 3y - 2},$$

$$(B) \quad y''' + 3\sqrt{3}y'' + 9y' + 3\sqrt{3}y = 3e^{-\sqrt{3}x},$$

$$(C) \quad y^{(6)} + 8y^{(4)} + 16y'' = -16x.$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.