

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

3 giugno 2022

[1] (a) Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = 3 \arctan x - \arctan \frac{3x - x^3}{1 - 3x^2}.$$

(b) Stabilire se essa è uniformemente continua.

[2] (i) Enunciare compiutamente e dimostrare che una funzione è strettamente crescente se e solo se $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ per ogni coppia $x_1, x_2 \in \mathcal{D}(f)$ di punti distinti.

(ii) Dare la definizione di infinitesimo di ordine k per $x \rightarrow 0$ e fornire un esempio per un dato k a scelta.

(iii) Enunciare compiutamente e dimostrare che la funzione integrale di una funzione integrabile secondo Riemann in un intervallo $[a, b]$ è lipschitziana.

(iv) Sono uguali i numeri complessi $\sqrt[3]{(-1)^2}$ e $(\sqrt[3]{-1})^2$? Giustificare la risposta.

[3] Usando le formule di Mac Laurin delle funzioni elementari,

(A) scrivere il polinomio di Mac Laurin di IV grado della funzione

$$f(x) = \log(1 + \sin x),$$

(B) scrivere la formula di Mac Laurin delle funzioni

$$g(x) = \sin(\pi - x), \quad h(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - x}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0, \end{cases}$$

$$k(x) = \begin{cases} \frac{x + \log(1 - x)}{x^3}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$