

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

17 settembre 2024

[1] Studiare il comportamento delle seguenti serie numeriche e, quando possibile, calcolarne la somma:

$$(a) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(n+5)(n+8)} \quad , \quad (b) \sum_{n \geq 1} \sqrt{\left(1 + \frac{2n^5 - 1}{2n^6}\right)^n} \quad ,$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} 3n \left(1 - \cos \frac{1}{4n}\right) \quad .$$

[2] (i) Dimostrare che un'applicazione continua $f : (-\infty, a] \rightarrow \mathbb{R}$ che ha un asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$ è uniformemente continua.

(ii) Dare un esempio di limite di funzione che si presenti nella forma indeterminata "0/0" per cui non si possa usare il teorema di de l'Hôpital.

(iii) Determinare una sostituzione che risolva un integrale abeliano del tipo

$\int R(x, \sqrt{x^2 + a}) dx$, $a > 0$, e fornire la dimostrazione che con tale sostituzione l'integrale è risolvibile.

(iv) Siano $z \in \mathbb{C}$ e $n, m \in \mathbb{N}$. I numeri complessi $\sqrt[n]{z^m}$ e $(\sqrt[n]{z})^m$ sono uguali? Giustificare la risposta. ($\sqrt[n]{z}$ denota il valore principale delle radici n -sime di $z \in \mathbb{C}$).

[3] Per ciascuna delle funzioni che seguono, scrivere la formula di Taylor nel punto x_0 indicato con la rappresentazione del resto nella forma di Lagrange.

$$f(x) = (7 - 3x)^{7/3} \quad , \quad x_0 = \frac{7}{3} \quad ,$$

$$g(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - 9x + 20} + 3x - 2 \quad , \quad x_0 = 0 \quad \text{e} \quad x_0 = 4 \quad ,$$

$$h(x) = |\pi - 4x| \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \quad , \quad x_0 = \frac{\pi}{4} \quad .$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.