

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

23 settembre 2021

[1] Calcolare il limite delle seguenti successioni:

$$(a) \left\{ \frac{\sqrt[3]{n^4 - 2n^3 + 1} - \sqrt[3]{n^4 + 2n^3 + 1}}{\sqrt[3]{1 - 8n}} \right\}_{n \in \mathbb{N}}, \quad (b) \left\{ \frac{\sqrt[n]{(3n)!}}{n^3} \right\}_{n \geq 1},$$

$$(c) \left\{ n \left[\left(1 + \frac{3}{n} \right)^{3/5} - 1 \right] \right\}_{n \geq 1}.$$

[2] (i) Enunciare compiutamente e dimostrare che una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona decrescente se e solo se $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \leq 0$, per $x_1, x_2 \in \mathcal{D}(f)$.

(ii) Dare un esempio di funzione infinitesima di ordine $1/2$ per $x \rightarrow +\infty$.

(iii) Enunciare e dimostrare il teorema di Taylor.

(iv) I numeri complessi $\sqrt[3]{i^4}$ e $(\sqrt[3]{i})^4$ sono uguali? Giustificare la risposta.

[3] Sia

$$f(x) = \arccos \frac{|x + 2| - |x + 3|}{|x + 5|}.$$

(A) Stabilire quali sono i casi da esaminare per lo studio del grafico della funzione.

(B) Studiare il grafico della funzione $f(x)$ nell'intervallo $[-2, +\infty)$.

(C) Verificare se f è derivabile in $x_0 = -2$.

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.