UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

2 Luglio 2019

Testo[1] **C**

[1] Studiare il comportamento delle seguenti serie numeriche e, quando possibile, calcolarne la somma:

$$(\mathbf{a}) \quad \sum_{n=4}^{\infty} \frac{5}{(n+6)(n+1)} \quad , \quad (\mathbf{b}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(2+\frac{n^6+1}{n^7}\right)^n \ ,$$

$$(\mathbf{c}) \quad \sum_{n\geq 1} n\left(e^{1/n}-1\right)^2 \ .$$

[2] **(i)** Dimostrare che un'applicazione continua $f:[a\,,+\infty)\to\mathbb{R}$ che abbia un asintoto obliquo per $x\to+\infty$ è uniformemente continua.

(ii) Dare un esempio di limite di funzione che non esista. Giustificare la risposta.

(iii) Determinare, fornendo la dimostrazione, una sostituzione che risolva un integrale abeliano del tipo $\displaystyle\int R\left(x,\sqrt{x^2+a}\right)dx$ con $a>0$.

(iv) Se $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ e $e^{z_1}=e^{z_2}$ allora quale relazione intercorre tra z_1 e z_2?

[3] Per ciascuna delle funzioni che seguono, scrivere la formula di Taylor nel punto x_0 indicato, con la rappresentazione del resto nella forma di Lagrange.

$$f(x)=x-5+\frac{3-2x}{x^2-9x+20} \quad , \quad x_0=0 \ \text{ e } \ x_0=4\ ,$$

$$g(x)=|2x-3\pi|\cos(2\pi-x) \quad , \quad x_0=\frac{3}{2}\,\pi\ ,$$

$$h(x)=(2x-5)^{3/2} \quad , \quad x_0=2\ .$$

[1] Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.