UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

2 Luglio 2019

Testo[1] **B**

[1] Studiare il comportamento delle seguenti serie numeriche e, quando possibile, calcolarne la somma:

$$(\mathbf{a})\quad \sum_{n=3}^{\infty} \frac{4}{(n+7)(n+4)} \quad , \quad (\mathbf{b})\quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{4n^7 - 3}{3n^8}\right)^n \ ,$$

$$(\mathbf{c})\quad \sum_{n \geq 1} 3n \left(1 - \cos \frac{1}{3n}\right) \ .$$

[2] **(i)** Dimostrare che un'applicazione lineare $L : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è uniformemente continua.

(ii) Dare un esempio di limite di funzione che si presenti nella forma indeterminata "0/0" per cui non si possa usare il teorema di de l'Hôpital.

(iii) Determinare, fornendo la dimostrazione, una sostituzione che risolva un integrale abeliano del tipo $\displaystyle\int R\left(x, \sqrt{1-x^2}\right)\, dx$.

(iv) Sia $z \in \mathbb{C}$, $z \neq 0$. Che relazione intercorre tra i numeri complessi $e^{\log z}$ e $\log e^z$?

[3] Per ciascuna delle funzioni che seguono, scrivere la formula di Taylor nel punto x_0 indicato, con la rappresentazione del resto nella forma di Lagrange.

$$f(x) = 3x + 1 + \frac{2x+1}{x^2 - 7x + 12} \quad , \quad x_0 = 0 \ \text{ e } \ x_0 = 3 \ ,$$

$$g(x) = |5\pi - 4x| \cos\left(\frac{7}{4}\pi - x\right) \quad , \quad x_0 = \frac{5}{4}\pi \ ,$$

$$h(x) = (9-4x)^{7/6} \quad , \quad x_0 = 3 \ .$$

[1]Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.