UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

2 Luglio 2019

Testo[1] **A**

[1] Studiare il comportamento delle seguenti serie numeriche e, quando possibile, calcolarne la somma:

$$(\mathbf{a}) \quad \sum_{n=5}^{\infty} \frac{3}{(n+8)(n+5)} \quad , \quad (\mathbf{b}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{n^5+3}{2n^6}\right)^n \; ,$$

$$(\mathbf{c}) \quad \sum_{n\geq 1} 2n^3 \sin^2 \frac{1}{2n^2} \; .$$

[2] **(i)** Dimostrare che un'applicazione continua $f : (-\infty \, , \, a] \to \mathbb{R}$ che ha un asintoto obliquo per $x \to -\infty$ è uniformemente continua.

(ii) Dare un esempio di limite di funzione che si presenti nella forma indeterminata "∞/∞" per cui non si possa usare il teorema di de l'Hôpital.

(iii) Determinare, fornendo la dimostrazione, una sostituzione che risolva un integrale del tipo $\displaystyle\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$ con $b^2-4ac<0$.

(iv) Indicata con $\sqrt[n]{z}$ la radice n-sima principale di $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N} \setminus 0$, sono uguali i due numeri complessi $\sqrt[n]{z^m}$ e $(\sqrt[n]{z})^m$, per $m \in \mathbb{N}$? Giustificare la risposta.

[3] Per ciascuna delle funzioni che seguono, scrivere la formula di Taylor nel punto x_0 indicato, con la rappresentazione del resto nella forma di Lagrange.

$$f(x) = 5x+1+\frac{3x+2}{x^2-5x+6} \quad , \quad x_0 = 0 \ \text{ e } \ x_0 = 2 \; ,$$

$$g(x) = |5\pi - 2x| \cos x \quad , \quad x_0 = \frac{5}{2}\pi \; ,$$

$$h(x) = (3x-4)^{5/4} \quad , \quad x_0 = 1 \; .$$

[1]Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.