

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

10 novembre 2023

[1] Calcolare il limite delle seguenti successioni:

$$(a) \left\{ \frac{n!^2}{(2n)!} \right\}_{n \in \mathbb{N}}, \quad (b) \left\{ \frac{(n+2)^2(1+2^2+\dots+n^2)}{2+n^2-4n^4} \right\}_{n \in \mathbb{N}},$$

$$(c) \left\{ \left(1 - \frac{3}{2n^2 - 3n - 2} \right)^{2n^2 + 3n - 1} \right\}_{n \geq 3}, \quad (d) \left\{ \sum_{k=4}^n \frac{1}{(k-1)(k+2)} \right\}_{n \geq 4}.$$

[2] (i) Definire la nozione di serie a termini positivi e fornire un esempio di una tale serie convergente.

(ii) Dimostrare che $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x = \frac{1}{e}$.

(iii) Enunciare e dimostrare il teorema di Taylor.

(iv) Qual è il valore principale di $(-2i)^{2i}$?

[3] Verificare la convergenza dei seguenti integrali e, in caso affermativo, calcolarli.

$$(A) \int_1^{+\infty} \sqrt{3(x-1)^5} e^{2-2x} dx, \quad (B) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+2)^2},$$

$$(C) \int_{-\infty}^{-\frac{3}{2}} \frac{2x+3}{4x^3+18x^2+27x+13} dx, \quad (D) \int_{-2}^2 \frac{dx}{\sqrt{6-3x}}.$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.