

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

7 novembre 2025

Testo¹ C

[1] Studiare il comportamento delle seguenti serie numeriche e, quando possibile, determinarne la somma.

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8^n}{\binom{8n}{4n}}, \quad (b) \sum_{n=3}^{\infty} 3^{-\pi n}, \quad (c) \sum_{n \geq 0} \sin \frac{4n^2 + 3}{n^6 + 4}.$$

[2] (i) Un'applicazione lineare $L : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è convessa? Giustificare la risposta.

(ii) Enunciare compiutamente e dimostrare che per una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ regolare a tratti si ha $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.

(iii) Qual è il valore principale del numero complesso $(-1)^{4/3}$?

(iv) Provare che se $\alpha \in \mathbb{R}$ è una radice doppia del polinomio caratteristico di un'equazione differenziale omogenea di ordine n a coefficienti costanti allora la funzione $u(x) = x e^{\alpha x}$ è soluzione dell'equazione differenziale.

[3] Dopo averne determinato il dominio, verificare se le seguenti funzioni sono derivabili due volte:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{x+4}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}} & 3 < x \leq 4, \\ x^2 - 7x + 20 & 4 < x \leq 6. \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{16 + 4x} - \sqrt{16 - 4x} & -4 < x \leq 0, \\ 16x \left(x^2 + \frac{1}{16} \right) & 0 < x < 4. \end{cases}$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet o con uso di A.I.) non verranno prese in considerazione.