

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

7 novembre 2025

Testo¹ B

[1] Studiare il comportamento delle seguenti serie numeriche e, quando possibile, determinarne la somma.

$$(a) \sum_{n=4}^{\infty} 4^{-e^{2n}} \quad , \quad (b) \sum_{n \geq 0} \left(4 - 4 \cos \frac{n^3}{n^5 + 2} \right) \quad , \quad (c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{6^n}{(6n)} .$$

[2] (i) Si può avere una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile due volte avente un punto di massimo x_0 per cui $f''(x_0) > 0$? Giustificare la risposta.

(ii) Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

(iii) Qual è il valore principale del numero complesso $(-i)^{3/2}$?

(iv) Provare che se $\alpha \in \mathbb{R}$ è una radice semplice del polinomio caratteristico di un'equazione differenziale omogenea di ordine n a coefficienti costanti allora $u(x) = e^{\alpha x}$ è soluzione dell'equazione differenziale.

[3] Dopo averne determinato il dominio, verificare se le seguenti funzioni sono derivabili due volte:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}} & 1 < x \leq 2 , \\ x^2 - 5x + 6 & 2 < x \leq 4 . \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{4+2x} - \sqrt{4-2x} & -2 < x < 0 , \\ 4x \left(x^2 + \frac{1}{4} \right) & 0 \leq x < 2 . \end{cases}$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet o con uso di A.I.) non verranno prese in considerazione.