

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
 (ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

7 novembre 2025

Testo¹ A

[1] Studiare il comportamento delle seguenti serie numeriche e, quando possibile, determinarne la somma.

$$(a) \sum_{n \geq 0} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4} \cos \frac{3n^4 - 1}{3n^5 - 1} \right) , \quad (b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{\binom{4n}{2n}} , \quad (c) \sum_{n=5}^{\infty} 2^{-en} .$$

[2] (i) Un'applicazione lineare $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione concava? Giustificare la risposta.

(ii) Enunciare compiutamente e dimostrare il teorema della media integrale.

(iii) Qual è il valore principale del numero complesso $i^{2/3}$?

(iv) Provare che se $\alpha + i\beta \in \mathbb{C}$ è una radice semplice del polinomio caratteristico di un'equazione differenziale omogenea di ordine n a coefficienti costanti allora la funzione $u(x) = e^{\alpha x} \sin \beta x$ è soluzione dell'equazione differenziale.

[3] Dopo averne determinato il dominio, verificare se le seguenti funzioni sono derivabili due volte:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x+10}} & -4 < x \leq -3 , \\ x^2 + 5x + 6 & -3 < x \leq 0 . \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{9+3x} - \sqrt{9-3x} & , \quad x \in (-3, 0] , \\ 9x \left(x^2 + \frac{1}{9} \right) & , \quad x \in (0, 3) . \end{cases}$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet o con uso di A.I.) non verranno prese in considerazione.