UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

11 aprile 2025

[1] Tenendo conto degli ordini degli infiniti e degli infinitesimi, calcolare i seguenti limiti di funzioni:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \arcsin x^2 - 5x^2}{4 \sin^6 x}, & \quad \text{(b)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5^x - 7^x}{5^x - 8^x}, \\ \text{(c)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5^x - 7^x}{5^x - 8^x}, & \quad \text{(d)} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1 + (x-2)^2 - \cos^2(2-x)}{(x-2)^5 \cot(x-2)^3}. \end{aligned}$$

- [2] (i) Enunciare e dimostrare il criterio della radice n -sima per la convergenza di una serie.
(ii) Sia $f : \mathcal{D}(f) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile due volte in un punto estremo $x_0 \in \mathcal{D}(f)$. Enunciare compiutamente e dimostrare che se $f''(x_0) < 0$ allora x_0 è un punto di massimo locale.
(iii) Scrivere la formula di Mac Laurin della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ con il resto nella forma di Lagrange.
(iv) Dare un esempio di integrale differenziale binomio non risolubile.

[3] (A) Risolvere l'equazione differenziale

$$x y'' + y' = x^2.$$

(B) Usando il metodo della variazione delle costanti, risolvere l'equazione differenziale

$$y^{(3)} + y' = \frac{\tan x}{\cos x}.$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.