N. MATRICOLA:	
COGNOME:	
NOME:	

Compilare, salvare e rinominare il file cognome_matricola.pdf
Inviare a elisabetta.barletta@unibas.it

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA
Prova di[1]
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)
29 giugno 2021

[1] Senza usare i teoremi di de l'Hôpital, calcolare i seguenti limiti di funzioni:

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+}\frac{(2/3)^{3x}-1}{(2/3)^{4x}-1}$ RISPOSTA: **(b)** $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{\log_2(x^2-4x+5)}{\tan^2(2x-4)}$ RISPOSTA:

(c) $\displaystyle\lim_{x\to -\frac{5}{4}^-}(8x+11)^{\frac{1}{4x+5}}$ RISPOSTA: **(d)** $\displaystyle\lim_{x\to -\frac{2}{3}}\frac{4-9x^2}{2\left(2\sqrt{2}-\sqrt{2-9x}\right)}$ RISPOSTA:

[2] SELEZIONARE AL PIÙ UNA SOLA RISPOSTA PER CIASCUNA DELLE QUATTRO DOMANDE

(i) Quale delle seguenti affermazioni è vera?

☐**R₁**: $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \le \sum_{k=0}^{m}\frac{1}{k!}$, $\forall\, m\in\mathbb{N}$ ☐**R₂**: $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \ge \sum_{k=0}^{m}\frac{1}{k!}$, $\forall m\in\mathbb{N}\setminus\{0\}$

☐**R₃**: Non vi è nessuna relazione tra $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ e $\displaystyle\sum_{k=0}^{m}\frac{1}{k!}$

(ii) Qual è il logaritmo principale di $\left(\sqrt[3]{-1}\right)^4$?

☐**R₁**: $\frac{4}{3}\pi\, i$ ☐**R₂**: $\frac{\pi}{3}\, i$ ☐**R₃**: non esiste

(iii) Quale dei seguenti enunciati è corretto?

☐**R₁**: Sia f una funzione regolare a tratti in $[a,b)$. Allora $\displaystyle\int_a^b f'(x)\,dx = f(b)-f(a)$

☐**R₂**: Sia f una funzione derivabile in $[a,b]$. Allora $\displaystyle\int_a^b f'(x)\,dx = f(b)-f(a)$

☐**R₃**: Sia f una funzione con derivata continua in $[a,b]$. Allora $\displaystyle\int_a^b f'(x)\,dx = f(b)-f(a)$

(iv) Dare un esempio di equazione differenziale del I ordine lineare affine

RISPOSTA:

[3] SELEZIONARE AL PIÙ UNA SOLA RISPOSTA PER CIASCUNA FUNZIONE

Per ciascuna delle funzioni $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$ scrivere, fino al secondo ordine, la formula di Taylor in $x_0=-2$ e la formula di Mac Laurin.

$$f(x)=\sqrt[3]{x+2}$$

☐**R₁**: formula di Taylor: $f(x)=\frac{1}{3}(\xi+2)^{-2/3}(x+2)$, $-2<\xi<x$

formula di Mac Laurin: $\displaystyle f(x)=\sum_{k=0}^{2}\sqrt[3]{2}\binom{1/3}{k}\frac{x^k}{2^k}+\binom{1/3}{3}\frac{x^3}{(2+\xi)^{8/3}}$, $0<\xi<x$

[1]Ognuno dei tre esercizi ben risolto in ogni sua parte vale 10 punti. -1 punto ogni tre risposte sbagliate. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione. Durata totale della prova: 2 ore.

☐ $\mathbf{R_2}$: formula di Taylor: $f(x) = \sum_{k=1}^{2} \binom{1/3}{k}(x+2)^k + \binom{1/3}{3}\frac{(x+2)^3}{(1+\xi)^{8/3}}\ ,\quad -2 < \xi < x$

formula di Mac Laurin: $f(x) = \sum_{k=0}^{2} \sqrt[3]{2}\binom{1/3}{k}\frac{x^k}{2^k} + \binom{1/3}{3}\frac{x^3}{(2+\xi)^{8/3}}\ ,\quad 0 < \xi < x$

☐ $\mathbf{R_3}$: formula di Taylor: $f(x) = \frac{1}{3}(\xi+2)^{2/3}(x+2)\ ,\quad -2 < \xi < x$

formula di Mac Laurin: $f(x) = \sum_{k=0}^{2} \sqrt[3]{2}\binom{1/3}{k}\frac{x^k}{2^k} + \sqrt[3]{2}\binom{1/3}{3}\frac{x^3}{(1+\xi)^{8/3}}\ ,\quad 0 < \xi < x$

$$g(x) = \frac{x^2 - 3x - 10}{x - 2}$$

☐ $\mathbf{R_1}$: formula di Taylor: $g(x) = \frac{7}{4}(x+2) + \frac{3}{16}(x+2)^2 + \frac{3}{16}\frac{(x+2)^3}{(\xi-2)^4}\ ,\quad -2 < \xi < x$

formula di Mac Laurin: $g(x) = 5 - 4x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}\frac{x^3}{2-x}$

☐ $\mathbf{R_2}$: formula di Taylor: $g(x) = \frac{7}{4}(x+2) + \frac{3}{16}(x+2)^2 + \frac{3}{16}\frac{(x+2)^3}{(\xi-2)^4}\ ,\quad -2 < \xi < x$

formula di Mac Laurin: $g(x) = 5 - 4x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}\frac{x^3}{(\xi-2)^4}\ ,\quad 0 < \xi < x$

☐ $\mathbf{R_3}$: formula di Taylor: $g(x) = \frac{7}{4}(x+2) + \frac{3}{16}(x+2)^2 + \frac{3}{16}\frac{(x+2)^3}{2-x}$

formula di Mac Laurin: $g(x) = 5 + 4x + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{2}\frac{x^3}{2-x}$

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(x+3)}{x+2} & , \quad x < -2 \\ x+3 & , \quad x \geq -2 \end{cases}$$

☐ $\mathbf{R_1}$: formula di Taylor: non è possibile fino al II ordine
formula di Mac Laurin: $h(x) = 3 + x\ ,\quad x \in (-2, +\infty)$

☐ $\mathbf{R_2}$: formula di Taylor: $h(x) = 1 + (x+2)\ ,\quad x > -2$
formula di Mac Laurin: non è possibile fino al II ordine

☐ $\mathbf{R_3}$: formula di Taylor: $h(x) = 1 + (x+2)\ ,\quad x > -3$
formula di Mac Laurin: $h(x) = 3 + x\ ,\quad x \in (-2, +\infty)$

Parte Riservata al Docente

[1]	**(a)**	**(b)**	
	(c)	**(d)**	
[2]	**(i)**	**(ii)**	
	(iii)	**(iv)**	
[3]	$f(x)$	$g(x)$	
	$h(x)$		

Inserire qui eventuali note o considerazioni