| | |
|---|---|
| N. MATRICOLA: | |
| COGNOME: | |
| NOME: | |

Compilare, salvare e rinominare il file cognome_matricola.pdf
Inviare a elisabetta.barletta@unibas.it

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA**
**SCUOLA DI INGEGNERIA**
**Prova di**[1]
***Analisi Matematica I***
**(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)**
**16 aprile 2021**

**[1]** Calcolare, senza usare i teoremi di de l'Hôpital, i seguenti limiti di funzioni:

(**a**) $\lim_{x\to 1} \arctan \frac{1}{x-1}$ RISPOSTA:

(**b**) $\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$ RISPOSTA:

(**c**) $\lim_{x\to -1} \log\left(\frac{2x^2-x-3}{x+2}+1\right)^{1/(x+1)}$ RISPOSTA:

**[2]** SELEZIONARE AL PIÙ UNA SOLA RISPOSTA PER CIASCUNA DELLE QUATTRO DOMANDE

**(i)** Sia $A \subset \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$. Un punto $x_0 \in \mathbb{R}$ è un punto isolato di $A$ se

☐ $\mathbf{R_1}$: per ogni intorno $I(x_0, r)$ si ha $\big(I(x_0,r)\cap A\big)\setminus\{x_0\} = \emptyset$.
☐ $\mathbf{R_2}$: $x_0 \in A$ e per ogni intorno $I(x_0, r)$ si ha $I(x_0,r)\cap A = \{x_0\}$.
☐ $\mathbf{R_3}$: $x_0 \in A$ ed esiste un intorno $I(x_0, r)$ per cui $I(x_0,r)\cap A = \{x_0\}$.

**(ii)** Quale dei seguenti enunciati è corretto?

☐ $\mathbf{R_1}$: Sia $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una successione di numeri reali divergente a $+\infty$. Allora $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.
☐ $\mathbf{R_2}$: Sia $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una successione di numeri reali convergente a $\ell > 0$. Allora $a_n > 0$ per infiniti $n \in \mathbb{N}$.
☐ $\mathbf{R_3}$: Sia $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una successione di numeri reali convergente a $\ell > 0$. Allora $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$.

**(iii)** Sia $f : A \to \mathbb{R}$ una funzione definita e continua nel connesso $A \subseteq \mathbb{R}$ e siano $a, b \in A$, con $b > a$. Allora $f\big([a,b)\big)$

☐ $\mathbf{R_1}$: può essere un intervallo inferiormente illimitato.
☐ $\mathbf{R_2}$: non è mai un intervallo.
☐ $\mathbf{R_3}$: non è mai un intervallo inferiormente illimitato.

**(iv)** Sia $f : A \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e convessa nell'intervallo aperto $A \subseteq \mathbb{R}$ e siano $x_1, x_2 \in A$ con $x_1 < x_2$. Allora

[1] Ognuno dei tre esercizi ben risolto in ogni sua parte vale 10 punti. -1 punto ogni tre risposte sbagliate. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione. Durata totale della prova: 2 ore.

☐$\mathbf{R_1}$: $f'(x_1) \leq \dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$

☐$\mathbf{R_2}$: $f'(x_1) \geq \dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$

☐$\mathbf{R_3}$: non vi è nessuna relazione tra $f(x_1)$ e $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$

**[3]** Calcolare i seguenti integrali:

(**A**) $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{x^4}{\sqrt[5]{(x+1)^3}}\,dx$ Risposta:

(**B**) $\displaystyle\int_{-1}^{\log\sqrt{2}-1} \frac{2e^{x+2}+3e^{-x}}{2e^{-x}+3e^{x+2}}\,dx$ ☐$\mathbf{R_1}$ : $-\dfrac{1}{2}\log 2-\dfrac{5}{4}\log 5$ ☐$\mathbf{R_2}$ : $\dfrac{5}{12}\log 5$

☐$\mathbf{R_3}$ : altro (specificare)

(**C**) $\displaystyle\int_{3}^{+\infty} \frac{x+3}{(x-1)^2(x+4)}\,dx$ ☐$\mathbf{R_1}$ : $\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{25}\log\dfrac{2}{7}$ ☐$\mathbf{R_2}$ : $\dfrac{2}{5}-\dfrac{1}{25}\log\dfrac{2}{7}$

☐$\mathbf{R_3}$ : $\dfrac{1}{25}\log\dfrac{2}{7}$

---

Parte Riservata al Docente

| | | | |
|---|---|---|---|
| **[1]** | (a) | (b) | |
| | (c) | | |
| **[2]** | (i) | (ii) | |
| | (iii) | (iv) | |
| **[3]** | (A) | (B) | |
| | (C) | | |

Inserire qui eventuali note o considerazioni