

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

7 febbraio 2023

[1] Calcolare i seguenti integrali:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \int \frac{dx}{(x^2 + 4x + 6)^2} \quad , \quad \text{(b)} \quad \int_{-\frac{3}{4}}^0 \frac{(4x + 3)^3}{x^5} e^{-(4+\frac{3}{x})} dx \quad , \\ \text{(c)} \quad & \int_{-5}^5 x^5 \sqrt[5]{5x^5 + 4} dx \quad , \quad \text{(d)} \quad \int \frac{3x^2 - 2}{5x^4 + 4x^3} dx \quad . \end{aligned}$$

[2] (i) Sia $a > 1$. Dimostrare che $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0$.

(ii) Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua priva di zeri. Può essere $f(a)f(b) < 0$?
Giustificare la risposta.

(iii) Enunciare compiutamente e dimostrare che $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{(x - x_0)^n} = 0$ se e solo se
 $f^{(k)}(x_0) = 0$ per ogni $k \in \mathbb{N}$, $0 \leq k \leq n$.

(iv) Siano $a, b, c, a', b', c' \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Illustrare il metodo per la risoluzione di un'equazione differenziale del tipo $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{a'x + b'y + c'}\right)$ nel caso $ab' - a'b = 0$.

[3] Sia

$$F(x) = \sqrt{x^2 + 4x - 5} - \frac{1}{x^2 + 4x - 5} .$$

(A) Determinare il dominio e gli eventuali asintoti.

(B) Determinare gli eventuali punti di estremo locale ed assoluto.

(C) Stabilire se la funzione possiede punti di non derivabilità giustificando la risposta con calcoli espliciti.

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.