

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

1 luglio 2025

[1] In $\mathbb{C}$ risolvere le seguenti equazioni:

(a) $\log z - \operatorname{Log}(1+i) + \operatorname{Log}(-5) + \frac{\pi}{2}i = 0$, (b) $z^3 - 3iz^2 - 3z + 2i = 0$,
(c) $|z^3 - i| = |\bar{z}^3 + 1|$.

- [2] (i) Scrivere e dimostrare la formula della somma dei primi n numeri naturali.
(ii) Definire la nozione di sottoinsieme di $\mathbb{R}$ connesso e darne un esempio.
(iii) Sia $a > 1$. Usando la definizione di limite, dimostrare che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_a x = +\infty$.
(iv) Fornire un esempio di funzione convessa.

[3] (A) Scrivere la formula di Taylor in $x_0 = 5$ della funzione

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt[4]{4-x}} - \frac{1}{\sqrt{8-x}} .$$

(B) Scrivere il polinomio di Taylor di II grado nel punto $x_0 = -1$ della funzione

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x+1)}{x+1} & , \quad x \neq -1 , \\ 1 & , \quad x = -1 . \end{cases}$$

(C) La funzione g è di classe $C^2(\mathbb{R})$?

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.