Università degli Studi della Basilicata
Scuola di Ingegneria

Prova di[1]
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

12 aprile 2024

[1] Nel campo dei numeri complessi, determinare i seguenti insiemi:

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : i\, z^2 + 2(1+i)\, z + 2 - 2i = 0 \right\} ,$$

$$B = \left\{ z \in \mathbb{C} \ : \ z^3 - 9iz^2 - 27z + 24i = 0 \right\} ,$$

$$C = \left\{ z \in \mathbb{C} \ : \ |z| = \operatorname{Re} z ,\ \operatorname{Re} \frac{z-3}{z+6} = 1 - \operatorname{Im} \frac{z-6}{z+3} \right\} .$$

[2] **(i)** Definire la nozione di punto di accumulazione di un sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}$.

(ii) Enunciare compiutamente e dimostrare che una successione di Cauchy è limitata.

(iii) Si può avere una funzione continua $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ per cui $f([-1, 1]) = [0, 1]$? Giustificare la risposta.

(iv) Enunciare compiutamente e dimostrare che una funzione $f : A \to \mathbb{R}$ è convessa se e solo se $f(x) \geq f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $\forall\, x, x_0 \in A$.

[3] **(A)** Risolvere l'equazione differenziale

$$y' + \frac{2}{x}\, y = x(x^2+1)\, y^2 .$$

(B) Dopo aver calcolato

$$\int x\, e^{-x} \sin x \, dx ,$$

determinare la soluzione dell'equazione differenziale

$$y' - y = \cos x - x \sin x$$

passante per l'origine.

[1] Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.