

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

8 novembre 2024

[1] Nel campo $\mathbb{C}$ dei numeri complessi, determinare i seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \bar{z}^6 - |z|^6 = 0\} ,$$

$$B = \{z \in \mathbb{C} : \frac{i - 2 + z}{4 - i + \bar{z}} + \frac{4 + i + z}{2 + i - \bar{z}} = -2i\} ,$$

$$C = \{z \in \mathbb{C} : z^3 + 12iz^2 - 48z - 67i = 0\} .$$

- [2] (i) Enunciare e dimostrare compiutamente il criterio del confronto per le serie numeriche.
(ii) Scrivere la formula di Mac Laurin di ordine $n \in \mathbb{N}$ della funzione $f(x) = \cos x$ con il resto nella forma di Lagrange.
(iii) Definire la funzione integrale di una funzione $f \in \mathcal{R}([a, b])$ e dimostrare che essa è lipschitziana.
(iv) Dare un esempio di equazione differenziale omogenea del II ordine a coefficienti costanti e fornire una base delle sue soluzioni.

[3] Verificare se le seguenti funzioni sono di classe C^1 nel loro dominio:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2(x+3)}{x+3} & , \quad x < -3 \\ -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3) & , \quad x \geq -3 \end{cases} , \quad g(x) = \sqrt[3]{e^{36-35x^2} - e} ,$$

$$h(x) = \left| \log_4 |x+2| \right| .$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione.