

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA

Prova di
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

17 Settembre 2019

Testo¹ **B**

[1] Determinare gli elementi dei seguenti insiemi:

$$A = \{z \in \mathbb{C} : z^3 - 12iz^2 - 48z + 66i = 0\},$$

$$B = \left\{z \in \mathbb{C} : \frac{z-2+i}{\bar{z}+4-i} - \frac{z+4+i}{\bar{z}-2-i} = -\sqrt{5}\right\},$$

$$C = \{z \in \mathbb{C} : \bar{z}^6 - |z|^6 = 0\}.$$

- [2] (i) Enunciare e dimostrare compiutamente il criterio del confronto per le serie numeriche.
(ii) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin di ordine $n \in \mathbb{N}$ della funzione $f(x) = \cos x$ con il resto nella forma di Lagrange.
(iii) Definire la funzione integrale di una funzione $f \in \mathcal{R}([a, b])$ e dimostrare che essa è lipschitziana.
(iv) Dare un esempio di equazione differenziale omogenea del II ordine a coefficienti costanti e fornire una base delle sue soluzioni.

[3] Verificare se le seguenti funzioni sono di classe C^1 nel loro dominio:

$$f(x) = \log_5 |x+5|, \quad g(x) = \sqrt[3]{e^{25-24x^2} - e},$$

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2 - 2\cos(x+2)}{x+2}, & x > -2 \\ \frac{1}{2}(x^2 + 6x + 8), & x \leq -2. \end{cases}$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.