

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Prova di¹
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

10 aprile 2026

[1] Senza usare le formule di Mac Laurin o di Taylor, calcolare i seguenti limiti di funzioni:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot^2 x - \frac{1}{x^2} \right) \quad , \quad \text{(b)} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log(2-x) + x - 1}{(x-1)^2} \quad , \\ \text{(c)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cosh x - \sinh x}{1 - \cos x} \quad , \quad \text{(d)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1 + 2x^2 - 3x^3}{1 - x}} \quad . \end{aligned}$$

[2] (i) Definire la nozione di minorante di un sottoinsieme $A \subset \mathbb{R}$ e fornire un esempio di sottoinsieme $A \subset \mathbb{R}$ privo di minoranti.

(ii) Dimostrare che se $a \in \mathbb{R}$ e $|a| < 1$ allora $\lim_{n \rightarrow \infty} a^n = 0$.

(iii) Si può avere una funzione continua $f : [-3, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ priva di punti di estremo? Giustificare la risposta.

(iv) Enunciare compiutamente e dimostrare che per una funzione $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ regolare a tratti si ha $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.

[3] Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$$\text{(A)} \quad 64y^{(6)} - y = 0 \quad ,$$

$$\text{(B)} \quad y^{(4)} + 4y^{(3)} + 7y'' + 42y' + 90y = 4e^x - 2x \quad .$$

¹Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore. Risposte con soluzioni non attinenti alle lezioni svolte o scaricate da internet o usando A.I., non verranno prese in considerazione.