Università degli Studi della Basilicata
Scuola di Ingegneria

Prova di[1]
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)

12 novembre 2021

[1] Stabilire il comportamento delle seguenti serie numeriche e determinarne la somma quando possibile.

$$(\mathbf{a})\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\cos\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)^2 \quad , \quad (\mathbf{b})\ \sum_{n=5}^{\infty}\frac{(n-4)!}{(n-4)^{n-4}}\ ,$$

$$(\mathbf{c})\ \sum_{n\geq 3}\frac{1}{n\sqrt{\log n}}\ .$$

[2] **(i)** Dimostrare la disuguaglianza $2^n n! < n^n$ per $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 6$.

(ii) Dare un esempio di funzione crescente ma non strettamente crescente.

(iii) Enunciare e dimostrare un criterio di convergenza per un integrale del tipo

$$\int_a^{+\infty} f(x)\,dx.$$

(iv) Scrivere la formula di Mac Laurin di ordine n per la funzione $f(x) = \log(1-x)$.

[3] **(A)** Dopo aver determinato il dominio, con conti espliciti, stabilire se le seguenti funzioni hanno punti di non derivabilità:

$$f(x) = \sqrt[4]{|4x-3|(16x^2-24x+9)} \quad , \quad g(x) = \left|\frac{-x+5}{x+5}\right|^{4x}\ .$$

(B) Verificare se la seguente funzione è di classe C^1 nel suo dominio:

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{4^{x^2}-1}{4x} & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0\ . \end{cases}$$

[1] Ogni esercizio ben risolto vale 10 punti. Durata totale della prova: 2 ore.