Università degli Studi della Basilicata
Dipartimento di Scienze di Base e Applicate

Prova di
Analisi Complessa
14 aprile 2026

[1] Sia M una varietà differenziabile di dimensione n e sia (U, φ) una carta locale in $p \in M$ con $\varphi = (x^1, \ldots, x^n)$. Dopo aver definito i vettori tangenti $\left(\dfrac{\partial}{\partial x^j}\right)_p$ per $1 \leq j \leq n$, enunciare compiutamente e dimostrare che il sistema $\left\{\left(\dfrac{\partial}{\partial x^j}\right)_p\right\}_{1\leq j\leq n}$ è una base dello spazio tangente $T_p(M)$.

[2] Enunciare e dimostrare che il dominio di convergenza di una serie di potenze $\displaystyle\sum_{\alpha\in\mathbb{N}^n} c_\alpha z^\alpha$ è un insieme aperto e unione di polidischi di centro l'origine.

[3] Definire un nucleo riproducente K di uno spazio di Hilbert complesso H di funzioni su un insieme X e provare che

(i) per ogni $x \in X$ e ogni $f \in H$ si ha $|f(x)| \leq \|K_x\|_H \, \|f\|_H$ e vale l'uguaglianza se e solo se $f = cK_x$,

(ii) se $\mathscr{N} = \{K_x \in H : x \in X\}$ allora il sottospazio vettoriale $N \subset H$ generato da $\mathscr{N}$ è denso in H,

(iii) se esiste un nucleo riproducente di H allora esso è unico.