N. MATRICOLA:
COGNOME:
NOME:

Compilare, salvare e rinominare il file cognome_matricola.pdf
Inviare a elisabetta.barletta@unibas.it

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
SCUOLA DI INGEGNERIA
Prova di[1]
Analisi Matematica I
(ING0002, ING0276, ING0008, IN0500)
24 Settembre 2020

[1] SELEZIONARE AL PIÙ UNA SOLA RISPOSTA PER CIASCUN ESERCIZIO
Risolvere le seguenti equazioni nel campo complesso $\mathbb{C}$:

(a) $\log z - \mathrm{Log}\,(1+i) = \mathrm{Log}\,(-5) - i\,\dfrac{\pi}{2}$

☐$\mathbf{R_1}$: $z = 5\sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ☐$\mathbf{R_2}$: $z = 5\sqrt{2}\,e^{i\frac{3}{4}\pi}$ ☐$\mathbf{R_3}$: $z = (5+\sqrt{2})\,e^{i\frac{3}{4}\pi}$

(b) $|z^3 - 1 - i| = |\overline{z}^3 + 1 - i|$

☐$\mathbf{R_1}$: $z = 0,\ \Im m\, z^3 = \Re e\, z^3$
☐$\mathbf{R_2}$: $z = 0,\ \mathrm{Arg}z = \dfrac{3}{4}\pi + 2k\pi,\ \mathrm{Arg}z = \dfrac{7}{4}\pi + 2k\pi,\ k = 0,1,2$
☐$\mathbf{R_3}$: $z = 0,\ \mathrm{Arg}z = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{2}{3}k\pi,\ \mathrm{Arg}z = \dfrac{7}{12}\pi + \dfrac{2}{3}k\pi,\ k = 0,1,2$

(c) $z^3 - 3iz^2 - 3z + 2i = 0$

☐$\mathbf{R_1}$: $z_0 = 2i,\ z_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{i}{2},\ z_2 = -\overline{z}_1$ ☐$\mathbf{R_2}$: $z_0 = 2i,\ z_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2},\ z_2 = \overline{z}_1$
☐$\mathbf{R_3}$: $z_0 = 2i,\ z_1 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{i}{2},\ z_2 = -\overline{z}_1$

[2] SELEZIONARE AL PIÙ UNA SOLA RISPOSTA PER CIASCUNA DELLE QUATTRO DOMANDE

(i) Considerando $0 \in \mathbb{N}$, la somma dei primi n numeri naturali è

☐$\mathbf{R_1}$: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$ ☐$\mathbf{R_2}$: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ ☐$\mathbf{R_3}$: $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} k = \frac{(n-1)n}{2}$

(ii) La definizione di sottoinsieme di $\mathbb{R}$ connesso è:

☐$\mathbf{R_1}$: Un sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}$ si dice connesso se $A \neq \emptyset$ e non esistono due sottoinsiemi B, C non vuoti, aperti relativamente ad A tali che $B \cup C = A$ e $B \cap C = \emptyset$.
☐$\mathbf{R_2}$: Un sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}$ si dice connesso se non esistono due sottoinsiemi $B, C \neq \emptyset$, aperti relativamente ad A tali che $B \cup C = A$ e $B \cap C = \emptyset$.
☐$\mathbf{R_3}$: Un sottoinsieme $A \subseteq \mathbb{R}$ si dice connesso se è vuoto oppure, se $A \neq \emptyset$, non esistono due sottoinsiemi $B, C \neq \emptyset$, aperti relativamente ad A tali che $B \cup C = A$ e $B \cap C = \emptyset$.

(iii) Sia $0 < a < 1$. Usando la definizione di limite, per dimostrare che $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \log_a x = -\infty$, occorre che, per $K > 0$, sia

☐$\mathbf{R_1}$: $x > a^K$ ☐$\mathbf{R_2}$: $x > \dfrac{1}{a^K}$ ☐$\mathbf{R_3}$: $x > \log_a K$

(iv) Quale di queste funzioni è concava?

[1] Ognuno dei tre esercizi ben risolto in ogni sua parte vale 10 punti. -1 punto ogni tre risposte sbagliate. Risposte non attinenti alle lezioni svolte (ad esempio scaricate da internet) non verranno prese in considerazione. Durata totale della prova: 2 ore.

☐$\mathbf{R_1}$: $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ per $x > 1$

☐$\mathbf{R_2}$: $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$ per $x \in (-1,1)$

☐$\mathbf{R_3}$: $f(x) = (x-1)^2$ per $x \leq 1$

[3] Selezionare al più una sola risposta per ciascun punto (A), (B) e (C)

(A) Scrivere la formula di Taylor in $x_0 = -4$ della funzione $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3+x}} - \dfrac{1}{\sqrt{3-x}}$

☐$\mathbf{R_1}$: Non è possibile scrivere la formula richiesta.

☐$\mathbf{R_2}$: $f(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{-1/2}{k} \frac{1+(-1)^{k+1}}{3^k\sqrt{3}}\, x^k + R_n(x;-4)$

☐$\mathbf{R_3}$: $f(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{-1/2}{k} \frac{1-(-1)^{k}}{3^k}\, (x+4)^k + R_n(x;-4)$

(B) Scrivere la formula di Mac Laurin della funzione $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{3-x}} - \dfrac{1}{\sqrt{7-x}}$

☐$\mathbf{R_1}$: Non è possibile scrivere la formula richiesta.

☐$\mathbf{R_2}$: $g(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{-1/2}{k} \frac{7^k\sqrt{7} - 3^k\sqrt{3}}{(21)^k\sqrt{21}}\, x^k + O\big(x^{n+1}\big)$

☐$\mathbf{R_3}$: $g(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{-1/2}{k} \frac{x^k}{3^k\sqrt{3}} - \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{-1/2}{k} \frac{x^k}{7^k\sqrt{7}} + o\big(x^{n+1}\big)$

(C) Scrivere, se possibile, il polinomio di Taylor di II grado in $x_0 = 3$ della funzione

$$h(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin|x-3|}{|x-3|} & , \quad x \neq 3 \\ 1 & , \quad x = 3 \end{cases}$$

☐$\mathbf{R_1}$: Non è possibile scrivere il polinomio richiesto.

☐$\mathbf{R_2}$: $P_2(x;3) = 1 - \dfrac{1}{6}(x-3)^2$

☐$\mathbf{R_3}$: $P_2(x;3) = -3 + x - \dfrac{1}{6}(x-3)^2$

Parte Riservata al Docente

[1]	**(a)**	**(b)**	
	(c)		
[2]	**(i)**	**(ii)**	
	(iii)	**(iv)**	
[3]	**(A)**	**(B)**	
	(C)		

Inserire qui eventuali note o considerazioni