

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELLA BASILICATA
DIPARTIMENTO DI SCIENZE DI BASE E APPLICATE

Prova di
Analisi Complessa
19 febbraio 2026

- [1] Siano M una varietà differenziabile e $p \in M$. Enunciare compiutamente e dimostrare che per ogni intorno $U \subset M$ di p esistono un intorno V di p , $\bar{V} \subset U$, ed una funzione $\phi \in C^\infty(M)$ tale che $\phi|_{\bar{V}} = 1$, $\phi = 0$ in U^C .
- [2] Sia H uno spazio di Hilbert complesso. Dopo aver definito la nozione di sottospazio vettoriale di H generato da un sottoinsieme $\mathcal{G} \subset H$, provare che se E è il sottospazio vettoriale generato da un sistema ortonormale completo $\mathcal{E}$ allora E è denso in H .
- [3] (a) Sia $P(a, r)$, $a \in \mathbb{C}^n$ e $r \in (\mathbb{R}_+)^n$, un polidisco di centro a e raggi $r = (r_1, \dots, r_n)$. Dimostrare che per ogni funzione olomorfa e L^2 in $P(a, r)$ si ha la stima
- $$|f(a)| \leq \frac{1}{\sqrt{\pi^n} r_1 \dots r_n} \|f\|_{L^2(P(a, r))}.$$
- (b) Usare (a) per provare che lo spazio $\mathcal{H}^2(\mathbb{C}^n)$ delle funzioni olomorfe e L^2 in $\mathbb{C}^n$ è nullo.